



# Ereignisanalyse

**Sterbetafel-Methode**  
**Kaplan-Meier-Verfahren**  
**Cox-Regression**

Kurt Holm

Almo Statistik-System  
[www.almo-statistik.de](http://www.almo-statistik.de)  
[holm@almo-statistik.de](mailto:holm@almo-statistik.de)  
[kurt.holm@jku.at](mailto:kurt.holm@jku.at)

2013

Im Text wird häufig auf das Dokument **P0** Bezug genommen. Dabei handelt es sich um das Almo-Dokument "Arbeiten mit Almo.PDF" (Dokument 0).

## Weitere Almo-Dokumente

Die folgenden Dokumente können alle kostenlos von der Handbuchseite in

[www.almo-statistik.de](http://www.almo-statistik.de)

heruntergeladen werden

0. Arbeiten\_mit\_Almo.PDF (1 MB)
- 1a. Eindimensionale Tabellierung.PDF (1.8 MB)
- 1b. Zwei- und drei-dimensionale Tabellierung.PDF (1.1 MB)
2. Beliebig-dimensionale Tabellierung.PDF (1.7 MB)
3. Nicht-parametrische Verfahren.PDF (0.9 MB)
4. Kanonische Analysen.PDF (1.8 MB)  
Diskriminanzanalyse.PDF (1.8 MB)  
enthält: Kanonische Korrelation, Diskriminanzanalyse, bivariate Korrespondenzanalyse, optimale Skalierung
5. Korrelation.PDF (1.4 MB)
6. Allgemeine multiple Korrespondenzanalyse.PDF (1.5 MB)
7. Allgemeines ordinales Rasch-Modell.PDF (0.6 MB)
- 7a. Wie man mit Almo ein Rasch-Modell rechnet.PDF (0.2 MB)
8. Tests auf Mittelwertsdifferenz, t-Test.PDF (1,6 MB)
9. Logitanalyse.pdf (1,2MB) enthält Logit- und Probitanalyse
10. Koeffizienten der Logitanalyse.PDF (0,06 MB)
11. Daten-Fusion.PDF (1,1 MB)
12. Daten-Imputation.PDF (1,3 MB)
13. ALM Allgemeines Lineares Modell.PDF (2.3 MB)
- 13a. ALM Allgemeines Lineares Modell II.PDF (2.7 MB)
14. Ereignisanalyse: Sterbetafel-Methode, Kaplan-Meier-Schätzer, Cox-Regression.PDF (1,5 MB)
15. Faktorenanalyse.PDF (1,6 MB)
16. Konfirmatorische Faktorenanalyse.PDF (0,3 MB)
17. Clusteranalyse.PDF (3 MB)
18. Pisa 2012 Almo-Daten und Analyse-Programme.PDF (17 KB)
19. Guttman- und Mokken-Skalierung.PFD (0.8 MB)
20. Latent Structure Analysis.PDF (1 MB)
21. Statistische Algorithmen in C (80 KB)
22. Conjoint-Analyse (PDF 0,8 MB)
23. Ausreisser entdecken (PDF 170 KB)
24. Statistische Datenanalyse Teil I, Data Mining I
25. Statistische Datenanalyse Teil II, Data Mining II
26. Statistische Datenanalyse Teil III, Arbeiten mit Almo-Datenanalyse-System
27. Mehrfachantworten, Tabellierung von Fragen mit Mehrfachantworten (0.8 MB)
28. Metrische multidimensionale Skalierung (MDS) (0,4 MB)
29. Metrisches multidimensionales Unfolding (MDU) (0,6 MB)
30. Nicht-metrische multidimensionale Skalierung (MDS) (0,4 MB)
31. Pfadanalyse.PDF (0,7 MB)
32. Datei-Operationen mit Almo (1,1 MB)
33. Wählerstromanalyse und Wahlhochrechnung (1,6 MB)
34. Soziometrie. Auswertung soziometrischer Daten (0,5 MB)

# INHALTSVERZEICHNIS

<b>P39 Sterbetafel-Methode .....</b>	<b>4</b>
P39.1 Die Daten.....	5
P39.2 Almo-Eingabe.....	6
P39.2.1 Die Programm-Maske <b>Prog 39ma</b> .....	6
P39.3 Ergebnisse .....	11
P39.4 Vergleich von Gruppen .....	17
P39.4.1 Almo-Eingabe mit <b>Prog39mb</b> .....	17
P39.4.3 Almo-Ausgabe.....	19
P39.4.4 Berechnung des logrank-Test und des Wilcoxon (Breslow-) Test. ....	23
P39.5 Sterbetafel-Methode und Kaplan-Meier-Verfahren .....	24
<b>Literatur:</b> .....	25
<b>P40 Der Kaplan-Meier-Schätzer der Überlebensdauer .....</b>	<b>26</b>
P40.1 Die Daten.....	27
P40.2 Almo-Eingabe.....	28
P40.2.1 Die Programm-Maske <b>Prog40m1</b> .....	28
P40.3 Ausgabe .....	32
P40.4 Mittelwert der Überlebensdauer.....	36
P40.5 Ausgabe von Zwischenergebnissen.....	38
P40.7 Vergleich von Gruppen .....	39
P40.7.1 Die Programm-Maske <b>Prog40m3</b> .....	39
P40.7.3 Almo-Ausgabe zum Gruppenvergleich .....	40
P40.7.4 Berechnung des log rank- und Wilcoxon-Tests .....	44
P40.8 Der Kein-Wert-Fall .....	46
P40.9 Ausschluß von Untersuchungseinheiten .....	47
<b>Literatur:</b> .....	49
<b>P41 Cox-Regression .....</b>	<b>50</b>
P41.0 Überblick .....	50
P41.1 Eingabe mit Programm-Maske Prog41m2 .....	53
P41.3 Ausgabe .....	60
P41.4 Optionen für Programm-Maske Prog41m2 .....	68
P41.6 Ausgabe aus Programm Prog41m2 mit Optionen .....	73
P41.7 Zeitabhängige Kovariate .....	82
P41.8 Programm-Maske mit definiert zeitabhängiger Variablen Prog41m3 .....	84
P41.10 Ausgabe für Analyse mit definiert zeitabhängiger Variablen .....	86
Literatur: .....	88
<b>SCHLAGWORTVERZEICHNIS .....</b>	<b>89</b>

## P39 Sterbetafel-Methode

Almo bietet folgende Verfahren zur Ereignisanalyse an:

1. Sterbetafel-Methode
2. Kaplan-Meier-Schätzer der Überlebenswahrscheinlichkeit
3. Cox-Regression

Der Begriff "Ereignisanalyse" ist nicht der einzige, unter dem diese Gruppe von Verfahren eingeordnet wird. In der englisch-sprachigen Literatur werden auch die Begriffe "survival analysis" und "lifetime analysis" verwendet.

Auch die obigen 3 Verfahren werden in der Literatur gelegentlich unter anderem Namen geführt: Das Kaplan-Meier-Verfahren wird auch "product-limit estimator" genannt, die Cox-Regression auch "proportional hazard model".

Wir wollen in diesem Kapitel P39 die Sterbetafel-Methode behandeln.

Wie lange überlebt ein Mensch eine Herztransplantation. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit nach einer Herztransplantation nach x Tage (z.B. nach 365 Tagen) noch zu leben?

Die Sterbetafel-Methode beantwortet diese Fragen. Sie ist aber auch auf Themen anwendbar, bei denen es nicht um Leben oder Tod geht, z.B. auf folgende sozialwissenschaftliche Fragestellungen: Wie lange verbleiben Menschen in ihrem 1. Beruf (siehe dazu Blossfeld, Hamerle, Mayer, 1986). Dem "Tod" entspricht hier der Berufswechsel, dem "Überleben" das Verbleiben im 1. Beruf.

Oder: Wann begehen Jugendliche aus einem Slum-Wohngebiet ihr erstes kriminelles Delikt. Dieses entspricht dem "Tod". Das "nicht kriminell werden" entspricht dem "Überleben".

Im technisch-naturwissenschaftlichen Bereich gibt es eine Fülle von Anwendungsmöglichkeiten der Ereignisanalyse; z.B: Wie lang ist die "Überlebensdauer" von elektrischen Glühlampen?

Wir wollen im folgenden das Beispiel der Überlebensdauer von Herztransplantationen ausführlich betrachten. Die Daten sind folgende:

<u>Untersuchungsperson</u>	<u>Überlebensdauer in Tagen</u>
.	.
.	.
.	.
12	39
13	730
14	136
15	1775*
.	.
.	.

Siehe dazu die Datei ".\Almo\Testdat\survive1.fre" und das Almo-Maskenprogramm Prog39ma. Man findet es durch Klick auf den Knopf "Verfahren" am Oberrand des Almofensters, dann "Ereignisanalyse" oder durch Klick auf "alle Progs" ebenfalls am Oberrand des Almofensters.

Wir betrachten nur einen kleinen Ausschnitt aus der Datenmatrix. Person 12 ist nach 39 Tagen gestorben, Person 13 erst nach 730 Tagen etc. Person 15 ist nach 1775 Tagen aus der Beobachtung ausgeschieden. Wir kennzeichnen dies durch einen Stern. In der Sprache der Ereignisanalyse wird gesagt: Person 15 wurde nach 1775 Tagen "zensiert". Wir wissen nicht, ob Person 15 heute noch lebt. Wir wissen nur, daß Person 15 die Herztransplantation mindestens 1775 Tage überlebt hat - aber möglicherweise noch sehr viel mehr Tage überlebt hat.

Der Begriff "zensiert" meint also:

das fragliche Ereignis, also in unserem Beispiel der Tod, ist nicht nachweisbar, weil die Untersuchungsperson aus der Beobachtung ausgeschieden ist.

kurz: "zensiert" heißt "ausgeschieden".

### **P39.1 Die Daten**

Die Daten, die Almo benötigt um die Sterbetafel-Methode zu rechnen sind folgende: (siehe dazu die Datei ...testdat\survive1.fre. Die Daten sind Crowley/Hu entnommen).

V1	V2
Zeitdauer	Ereignis
15	1
3	1
624	0
.	.
.	.
.	.
39	0
730	0
136	0
1775	1
.	.
.	.
.	.
13	1
1	1

Beachte:

1. Selbstverständlich kann die Datenmatrix mehr als nur 2 Variable umfassen. Die Zeitvariable muß auch nicht unbedingt V1 und die Ereignisvariable muß nicht unbedingt V2 sein.

2. Die Ereignisvariable ist in folgender Weise kodiert:

- 0 = Ereignis eingetreten
- 1 = zensiert

Diese Codes sind im Prinzip beliebig wählbar. Jedoch muß der Code für "zensiert" höher sein als der für "Ereignis eingetreten". Almo bringt im Falle, daß 2 oder mehr Gruppen verglichen werden (wo diese Bedingung unbedingt erfüllt sein muß) eine Fehlermeldung.

In obigen Daten ist die 1. Person nach 15 Tagen ausgeschieden, die 2. Person nach 3 Tagen. Die 3. Person ist nach 624 Tagen gestorben. "Ausgeschieden" bedeutet bei der 1. und 2. Person wohl, daß diese an Komplikationen gestorben sind, die mit der eigentlichen Herztransplantation nichts zu tun haben. Sie wurden vermutlich deswegen als "zensiert" betrachtet und damit aus der Analyse herausgenommen.

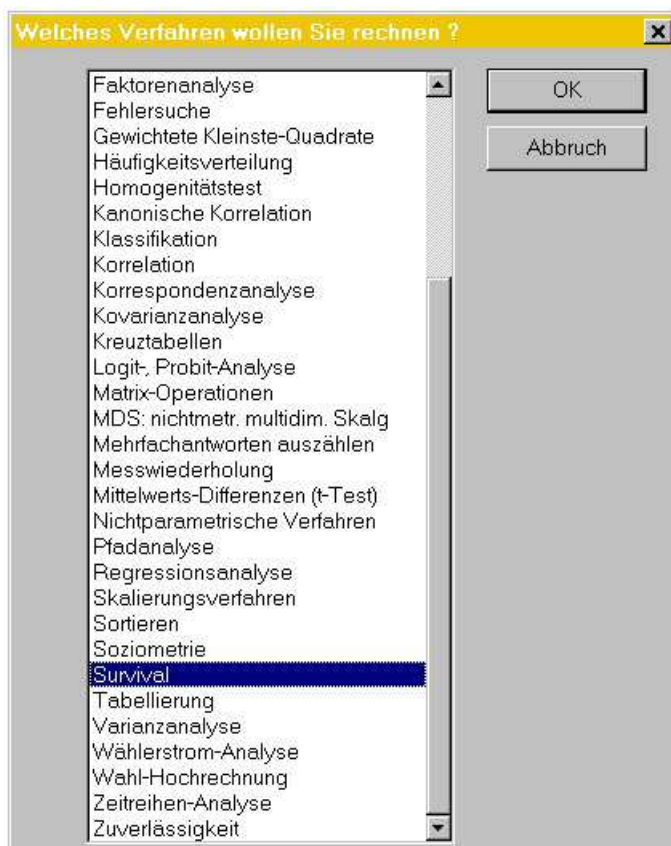
3. Die Variablenwerte können als Ganzzahlwerte geschrieben sein aber auch als Dezimalwerte mit Dezimalpunkt und beliebig vielen Dezimalstellen.
4. Liegt der Zeitdauer-Wert genau auf der oberen Intervallgrenze, dann wird die Untersuchungseinheit in das nächst höhere Intervall eingeordnet.

## **P39.2 Almo-Eingabe**

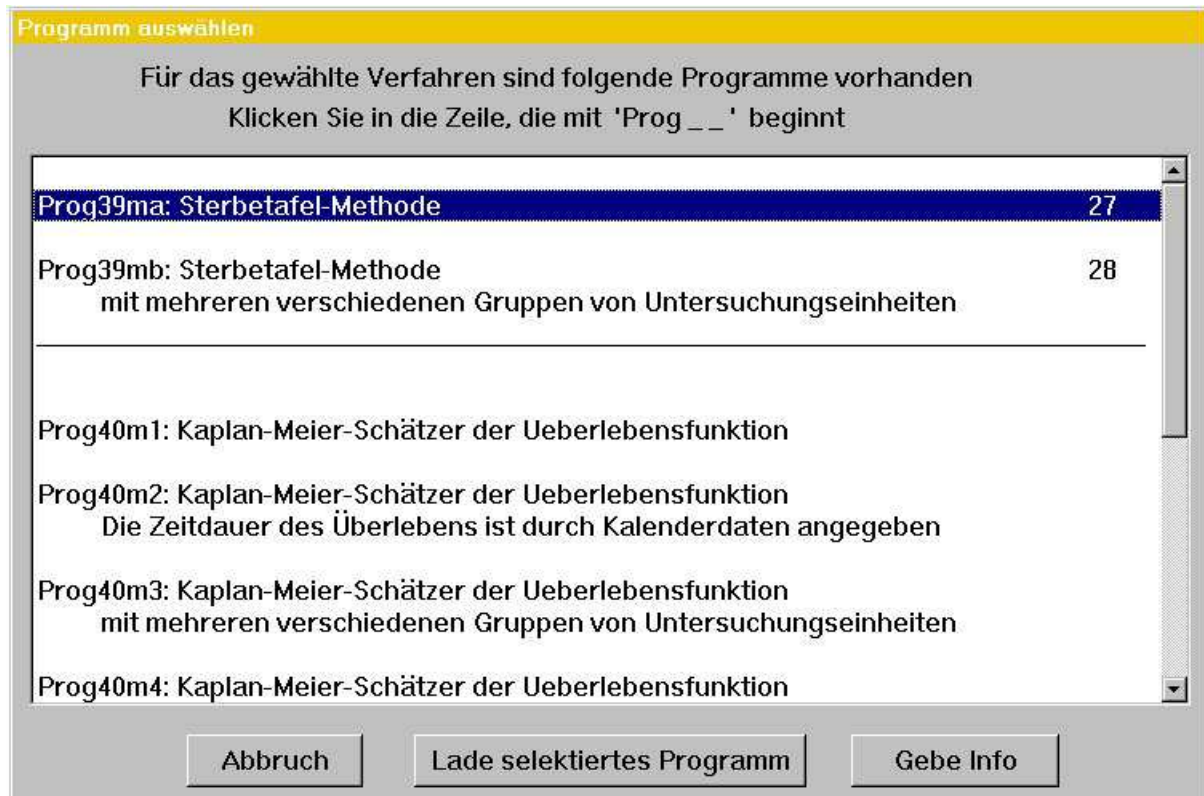
### **P39.2.1 Die Programm-Maske Prog 39ma**

#### **Kurzanleitung:**

- a. Starten Sie Almo. Es erscheint das Almo-Fenster und eine Dialogbox. In ihr klicken Sie auf "Weiter".
- b. Unterhalb der Menüleiste befindet sich eine Knopfleiste. In ihr klicken Sie auf den Knopf "Verfahren". Almo präsentiert Ihnen dann eine Übersicht über die vorhandenen Verfahren.



Klicken Sie auf "Survival". Dann erscheint eine Übersicht über die Maskenprogramme zum Thema "Survival".



c. Klicken Sie nun auf 'Prog39ma: Sterbetafel-Methode' und dann am unteren Rand 'Lade Maskenprogramm' (oder gleich Doppelklick auf Prog39ma). Es erscheint eine Eingabemaske, die auf den folgenden Seiten abgebildet ist.

d. Nachdem Sie diese Eingabemaske entsprechend Ihren Analyseabsichten ausgefüllt haben, klicken Sie in der Knopfleiste auf den Knopf "Rechne".

e. Almo präsentiert Ihnen eine Dialogbox, in der Ihnen für das Abspeichern des Almo-Maskenprogramms ein Name vorgeschlagen wird. Klicken Sie OK.

f. Dann wird Ihnen eine weitere Dialogbox präsentiert, in der Ihnen für das Abspeichern des Ergebnisses ein Dateiname vorgeschlagen wird. Klicken Sie OK.

g. Almo bringt jetzt ein neues Fenster (mit dem Titel "Almo rechnet") auf den Bildschirm, in dem Sie die Rechenfortschritte Ihres Programms verfolgen können.

h. Wenn als Status 'fertig' gemeldet wird, dann klicken Sie in diesem Fenster auf den Knopf LADE ERGEBNIS.

i. Almo lädt das Ergebnis in ein Fenster des Editor, wo Sie es sich anschauen können.

j. Wenn Sie durch die "Ergebnis-Datei" scrollen oder blättern, dann werden Sie einen großen Knopf "Grafik" finden. Klicken Sie auf diesen.

k. Almo öffnet seinen Grafik-Editor und stellt die Tabelle aus der Ergebnis-Datei als 3D-Balkendiagramm dar.

1. Mit Klick auf den Knopf "Zurück" gelangen Sie wieder in die Ergebnis-Datei.

### Die Programm-Maske Prog39ma zur Sterbetafel-Methode

**Prog39ma.Msk** **Kurzprogramm**  
**Sterbetafel-Methode**

Sie können auch mit dem äquivalenten Programm Prog39mb rechnen  
 Oder doppelklicken Sie gleich auf: ["..\Almo\_Msk\Prog39mb.Msk"]  
 Sie müssen dort nur die Gruppierungsvariable herausnehmen

**Beispiel:**  
 Die Überlebensdauer von herztransplantierten Menschen wird  
 berechnet.

Berechnet wird die Sterbetafel etwa für folgende Daten

Zeitdauer des Überlebens	Ereignis 0=tot 1=zensiert (=ausgeschieden)
15	0
3	0
624	1
46	0
.	.
.	.

Die 1. Person ist nach 15 Tagen gestorben, die 2. schon nach  
 3 Tagen. Die 3. Person ist nach 624 Tagen aus der Beobachtung  
 ausgeschieden (man nennt das "zensiert")

Almo errechnet u.a. folgende Koeffizienten

1 Intervalldauer von Tag t1 bis Tag t2	2 Personen, die während dieses Intervalls starben	3 Personen, die während dieses Intervalls ausschied.	4 Wahrschlkt zu über- leben	5 Überlebensfunktion =kumulative Wahrscheinlichkeit zu überleben
0 - 162	14	19	0.7477	0.7477
162 - 324	4	4	0.8667	0.6480
324 - 486	4	0	0.8333	0.5400
486 - 648	4	1	0.7949	0.4293
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.

Median der Ueberlebensdauer = 544.5542 Tage  
 Standardfehler des Medians = 98.1493 Tage

Betrachten wir z.B. den 3. Wert in Spalte 4. Er  
 sagt folgendes aus: Wenn ein Patient schon 2 Intervalle, also  
 bis zum 324. Tag überlebt hat, dann ist seine Chance, das 3.  
 Intervall, also bis zum 486. Tag zu überleben =0.8333 (=83%)

Der 3. Wert aus der Überlebensfunktion in Spalte 5 ist so zu  
 interpretieren: Zum Zeitpunkt der Transplantation (Tag 0) ist  
 die Wahrscheinlichkeit bis zum Ende des 3. Intervalls, also bis  
 zum 486. Tag zu überleben =0.5400 (=54%)

Grafik: Liniendiagramm der Überlebenswahrscheinlichkeit  
 siehe Handbuch, Abschnitt P39

Was ist ein Kurzprogramm ? --> Hilfe  
 Bedienung --> Hilfe

Speicher fuer x Variable Hilfe

Vereinbare Variable= 20 ;

2  Option: Weitere Vereinbarungen - nur wenn Almo dazu auffordert

3    
    
   zeige = Namensdatei in Output zeigen  
leer = nicht

4    
 Name 1=Ueberlebensdauer;  
 Name 2=Ereignis:tot,zensiert;  
  Gruppierungsvariable  
 erzeuge zusätzliche Namensfelder

5   bei Datei-Problemen  
 "C:\Almo7\Testdat\Survive1.fre"  
 frei Format der Daten   
 U1:3 der Datensatz enthält diese Variablen  
Bei Format DIREKT schreiben Sie: alle\_U

6  Wenn Dateiformat FIX oder Nicht-Standard-FREI

7    
  Ereignis die Ereignisvariable  
  Code für "Ereignis hat stattgefunden"  
z.B. Untersuchungseinheit ist gestorben  
  Code für "zensiert"  
z.B. Untersuchungseinheit hat ueber-  
lebt oder ist ausgeschieden





Ueberlebensdauer die Zeitvariable  


---

  Zeitanfang  
  Zeitende  
Sie brauchen das Zeitende nicht anzu-  
geben. Klicken Sie auf den Raus-Rein-  
Pfeil und leeren Sie damit das Eingabe-  
feld. Almo ermittelt dann aus den Daten  
die Werte für das Zeitende  


---




  Zahl der Zeitintervalle  
  Dauer des Zeitintervalle  
Sie können entweder die Zahl der Zeit-  
intervalle festlegen, in die Almo die  
Zeit von Zeitanfang bis Zeitende unter-  
gliedern soll oder die Dauer des Zeit-  
intervalls

	Option: Ein- und Ausschliessen von Untersuchungseinheiten
	Option: Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben
	Option: Untersuchungseinheiten ganzzahlig gewichten
	Grafik-Optionen
<a href="#">Programmende</a>	

### Erläuterungen zu den Eingabeboxen

**Eingabebox 1 bis 6.** Siehe Almo-Dokument Nr. 0 "Arbeiten\_mit\_Almo", Abschnitt P0.1 bis P0.4

### Eingabebox 7: Die Ereignis-Variable

die Ereignis-Variable	
 <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Ereignis	die Ereignisvariable
 0	Code für "Ereignis hat stattgefunden" z.B. Untersuchungseinheit ist gestorben
 1	Code für "zensiert" z.B. Untersuchungseinheit hat ueberlebt oder ist ausgeschieden

Definieren Sie hier die Ereignisvariable. In unserem Beispiel ist dies die Variable 2 mit dem Namen "Ereignis".

### Box 8: Die Zeit-Variable

die Zeit-Variable	
 <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Ueberlebensdauer	die Zeitvariable
 0	Zeitanfang Zeitende Sie brauchen das Zeitende nicht anzugeben. Klicken Sie auf den Raus-Rein-Pfeil und leeren Sie damit das Eingabefeld. Almo ermittelt dann aus den Daten die Werte für das Zeitende
 1782	
 11	Zahl der Zeitintervalle Dauer des Zeitintervalle Sie können entweder die Zahl der Zeitintervalle festlegen, in die Almo die Zeit von Zeitanfang bis Zeitende untergliedern soll oder die Dauer des Zeitintervalls
	

Definieren Sie hier die Zeitvariable. Die Gesamtzeit wird bei der Sterbetafel-Methode in Zeitintervalle untergliedert. Sie haben dabei 2 Möglichkeiten: Entweder Sie geben an wieviele gleich große Intervalle Sie haben wollen oder Sie geben an wie lang ein Zeitintervall sein soll.

**Box 9:** Ein- und Ausschliessen von Untersuchungseinheiten. Siehe Almo-Dokument Nr. 0 "Arbeiten\_mit\_Almo", Abschnitt P0.7

**Box 10:** Umkodierungen und Kein-Wert-Angabe. Siehe Almo-Dokument Nr. 0 "Arbeiten\_mit\_Almo", Abschnitt P0.5. Siehe auch die Erläuterung dieser Eingabebox im nachfolgenden Abschnitt P39.4

Definieren Sie den Kein-Wert-Fall. Wenn Sie z.B. -1 in der Ereignisvariablen als "Kein\_Wert" definieren, dann werden Personen, die diesen Wert besitzen, nicht ausgewertet. Sie werden nicht als zensiert betrachtet sondern als nicht existent.

Ereignis (-1 = KeinWert)

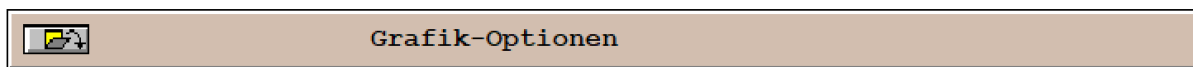
Nehmen Sie in dieser Box auch notwendige Umkodierungen vor. Es könnte z.B. sein, daß das Ereignis "tot" mit den Werten 10,11,12,13 kodiert ist - je nach konkreter Todesursache. In diesem Fall würden Sie umkodieren

Ereignis (10,11,12,13=0)

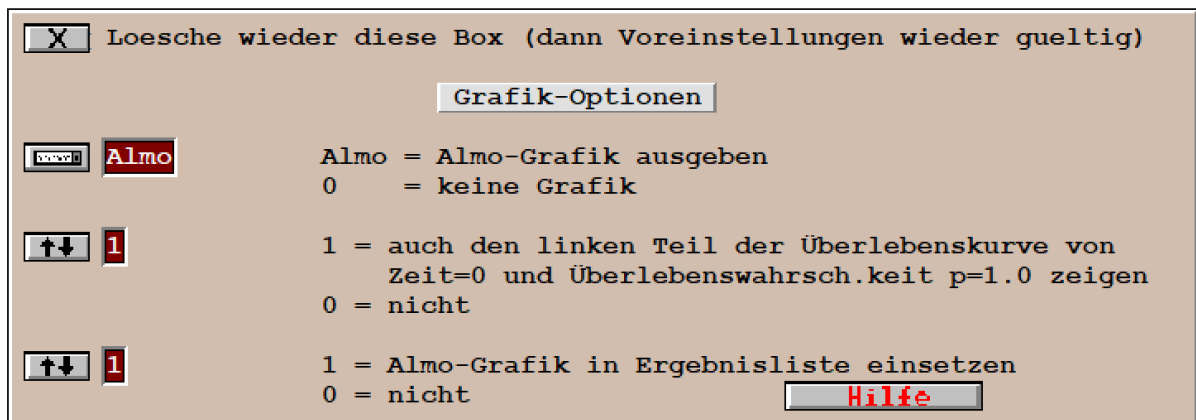
da Sie in Box 7 das Ereignis "tot" als mit 0 kodiert angegeben haben.

**Box 11:** Untersuchungseinheiten gewichten. Siehe Almo-Dokument Nr. Arbeiten\_mit\_Almo, Abschnitt P0.8

**Box 12:** Grafik-Optionen



Wird die Optionsbox geöffnet, dann sieht man folgendes:



Wird das 2. Eingabefeld auf "1" gesetzt, dann zeigt Almo auch den Linken Teil der Überlebenskurve.

### **P39.3 Ergebnisse**

Almo liefert folgendes Ergebnis:

Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable

Zeitvariable: V1 Zeitdauer  
Ereignisvariable: V2 Ereignis

Zahl der Intervalle: 11  
 Intervalldauer: 162.00

Zahl der eingelesenen Datensätze: 65  
 Zahl der ausgewerteten Datensätze: 65  
 Sterbetafel

1 Inter- vall Nr.	2 Intervalldauer von bis	3 Pers. die in dieses Intervall eintreten	4 Pers. die während dieses Intv ausscheiden (zensierte Beobachtgn)	5 Pers. die dem Risiko zu termi- nieren ausgesetzt sind	6 Pers. die während dieses Intv. terminierten
1	0.00 - 162.00	65	14	58.0	19
2	162.00 - 324.00	32	4	30.0	4
3	324.00 - 486.00	24	4	22.0	0
4	486.00 - 648.00	20	4	18.0	1
5	648.00 - 810.00	15	1	14.5	1
6	810.00 - 972.00	13	3	11.5	1
7	972.00 - 1134.00	9	1	8.5	2
8	1134.00 - 1296.00	6	1	5.5	0
9	1296.00 - 1458.00	5	1	4.5	1
10	1458.00 - 1620.00	3	2	2.0	0
11	1620.00 - 1782.00	1	1	0.5	0

7 Inter- vall Nr.	8 Intervalldauer von bis	9 Whrschlkt zu termi- nieren	10 Whrschlkt zu ueber- leben	11 Ueberleb.fkt. =kumulative Whrschlkt zu ueber- leben bei Intvallende	12 Dichte- funktion der Ueber- lebensdauer
1	0.00 - 162.00	0.3276	0.6724	0.6724	0.002022
2	162.00 - 324.00	0.1333	0.8667	0.5828	0.000553
3	324.00 - 486.00	0.0000	1.0000	0.5828	0.000000
4	486.00 - 648.00	0.0556	0.9444	0.5504	0.000200
5	648.00 - 810.00	0.0690	0.9310	0.5124	0.000234
6	810.00 - 972.00	0.0870	0.9130	0.4679	0.000275
7	972.00 - 1134.00	0.2353	0.7647	0.3578	0.000680
8	1134.00 - 1296.00	0.0000	1.0000	0.3578	0.000000
9	1296.00 - 1458.00	0.2222	0.7778	0.2783	0.000491
10	1458.00 - 1620.00	0.0000	1.0000	0.2783	0.000000
11	1620.00 - 1782.00	0.0000	1.0000	0.2783	0.000000

13 Inter- vall Nr.	14 Intervalldauer von bis	15 Hazardrate Risikorate	16 Std.fehler der Hazardrate	17 Std.fehler der kumulativen Whrschlkt zu ueber- leben	18 Std.fehler der Dichte- funktion der Ueber- lebensdauer
1	0.00 - 162.00	0.002418	0.000544	0.061626	0.000380
2	162.00 - 324.00	0.000882	0.000440	0.067780	0.000263
3	324.00 - 486.00	0.000000	0.000000	0.067780	0.000000
4	486.00 - 648.00	0.000353	0.000353	0.071329	0.000196
5	648.00 - 810.00	0.000441	0.000441	0.075840	0.000228
6	810.00 - 972.00	0.000561	0.000561	0.081288	0.000266
7	972.00 - 1134.00	0.001646	0.001154	0.092183	0.000436
8	1134.00 - 1296.00	0.000000	0.000000	0.092183	0.000000
9	1296.00 - 1458.00	0.001543	0.001531	0.100286	0.000451
10	1458.00 - 1620.00	0.000000	0.000000	0.100286	0.000000
11	1620.00 - 1782.00	0.000000	0.000000	0.100286	0.000000

19                      20                      21                      22

Inter- vall Nr.	Intervalldauer von bis	Median der verbleibenden Lebensdauer bei Inter- vall-Beginn	Std.fehler des Median der verbleibenden Lebensdauer
1	0.00 - 162.00	855.1754	238.692060
2	162.00 - 324.00	1177.9577	125.071034
3	324.00 - 486.00	1107.2967	126.577968
4	486.00 - 648.00	945.2967	139.937209
5	648.00 - 810.00	-	-
6	810.00 - 972.00	-	-
7	972.00 - 1134.00	-	-
8	1134.00 - 1296.00	-	-
9	1296.00 - 1458.00	-	-
10	1458.00 - 1620.00	-	-
11	1620.00 - 1782.00	-	-

Median der Ueberlebensdauer = 855.1754  
Standardfehler des Medians = 238.6921

Der größte Teil dieser Ausgabe bedarf wohl keiner Interpretation. Wir wollen hier die wesentlichen Spalten erklären.

**Spalte 5:** Risikomenge. Das ist die Zahl der Personen, die dem Risiko zu "terminieren" ausgesetzt sind. Sie ergibt sich aus

$$(1) n_i = l_i - c_i / 2$$

$n_i$  = Risikomenge für das Intervall i (Spalte 5)

$l_i$  = Zahl der Personen, die in das Intervall i eintreten. Das ist Spalte 3

$c_i$  = Zahl der Personen, die im Intervall i ausscheiden (= zensierte Beobachtungen).  
Das ist Spalte 4.

Bei der Sterbetafelmethode wird als "Stichtag" die Mitte des Zeitintervalls verwendet. Das ist der Grund dafür, daß man in obiger Gleichung 1 nur die Hälfte der Zensierten einsetzt.

### Spalte 9 und 10

Die Wahrscheinlichkeit zu terminieren ergibt sich aus

$$(2) q_i = \frac{d_i}{n_i}$$

Die Wahrscheinlichkeit zu überleben ist dann residual

$$(3) p_i^* = 1 - q_i$$

$q_i$  = Wahrscheinlichkeit im Intervall i zu terminieren

$d_i$  = Zahl der "Toten" im Intervall i. Sie stehen in Spalte 6

$n_i$  = Risikomenge im Intervall i. Siehe (1). Sie steht in Spalte 5.

$p_i^*$  = Wahrscheinlichkeit im Intervall i zu überleben.

Betrachten wir den 5. Wert von  $p_i^* = 0.9310$  in Spalte 10. Er entsteht aus  $1.0 - 1/14.5 = 0.9310$ . Dieser Wert sagt aus: Wenn eine Person das 4. Intervall überlebt hat, dann ist ihre Wahrscheinlichkeit auch das 5. Intervall zu überleben = 0.9310.

**Spalte 11:** Die Überlebensfunktion.

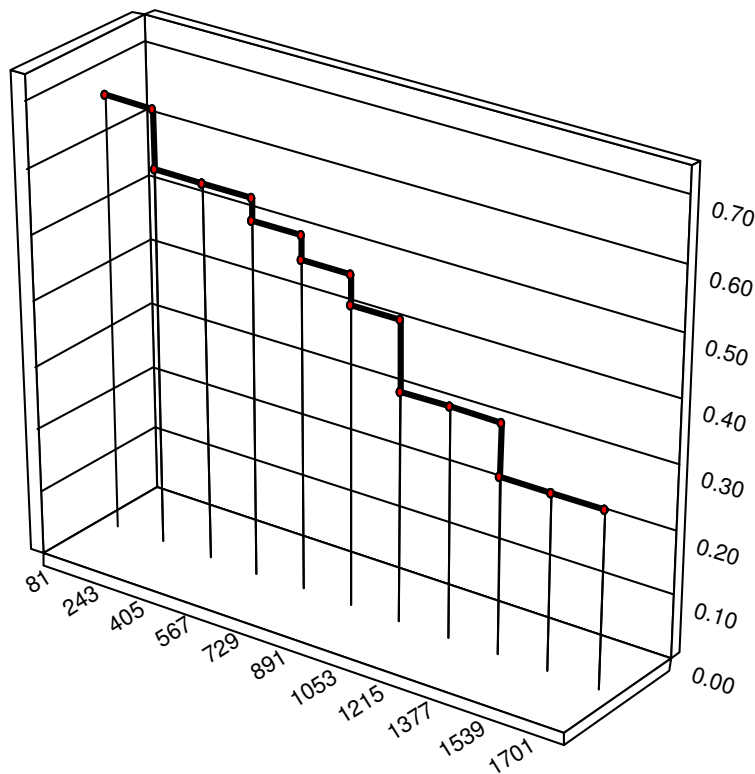
Dies ist die wichtigste Maßzahl aus der Sterbetafel. Sie ist definiert als kumulative Wahrscheinlichkeit zu überleben. In Almo wird dabei (ebenso wie in SPSS) das Intervallende als "Stichtag" verwendet. SAS verwendet den Intervallbeginn (bzw., was dasselbe ist, das Ende des vorhergehenden Intervalls).

$$(4) p_i = \prod_{j=1}^i p_j^*$$

Beispiel: Die kumulative Wahrscheinlichkeit des 3. Intervall (in unserem obigen Ein- und Ausgabe-Beispiel) zu überleben ist

$$p_3 = 0.6724 * 0.8667 * 1.0 = 0.5828$$

Der Wert von 0.5828 ist inhaltlich nicht sehr anschaulich erklärt, wenn wir sagen " dies ist die kumulative Wahrscheinlichkeit". Wir können ungefähr so interpretieren: Aus der Sicht des Zeitpunkts 0 ist dies die Wahrscheinlichkeit bis zum Ende des 3. Intervalls, also bis zum 486. Tag zu überleben - wobei die zensierten Fälle in einer spezifischen Art und Weise berücksichtigt werden. Gibt es keine zensierten Fälle, dann gilt diese Aussage nicht nur ungefähr sondern exakt.



Die Überlebensfunktion ist eine Treppenfunktion. In obiger Graphik fehlt der vordere und hintere Teil.

Wenn Sie das vordere Kurvenende doch sehen wollen, dann fügen Sie in den Programmparameter ein:

Option 2=1;

**Spalte 12:** Dichtefunktion der Überlebensdauer. Das ist die auf eine Zeiteinheit umgerechnete Überlebenswahrscheinlichkeit. Siehe Gross/Clark, 1975, S. 35

$$(5) f_i = \frac{P_i - P_{i-1}}{v}$$

$f_i$  = Dichtefunktion für Intervall  $i$   
 $p_i, p_{i-1}$  = Kumulative Überlebenswahrscheinlichkeit für das Intervall  $i$  und das vorhergehende Intervall  $i-1$ . Für  $i=1$  wird  $p_{i-1}$  also  $p_0 = 1$  gesetzt.  
 $v$  = Dauer des Intervalls. In Almo wird unterstellt, daß die Beobachtungsperiode in gleich große Intervalle unterteilt ist,  $v$  also für alle Intervalle gleich groß ist.

**Spalte 15:** Hazardrate oder Risikorate. Dies ist das Risiko einer Person (ausgedrückt als Wahrscheinlichkeit), die in das Intervall eintritt, im Verlauf der Zeit im Intervall zu terminieren. Dabei wird diese Wahrscheinlichkeit bezogen auf die Zeiteinheit. Siehe Gross/Clark, 1975, S. 35.

$$(6) h = \frac{2q_i}{v(1 + p_i^*)}$$

$h$  = Hazardrate, Risikorate  
 $q_i$  = Wahrscheinlichkeit im Intervall zu terminieren. Siehe Gleichung 2  
 $p_i^*$  = Wahrscheinlichkeit im Intervall  $i$  zu überleben. Siehe Gleichung 3  
 $v$  = Intervalldauer.

**Spalte 16:** Standardfehler der Hazardrate

$$(7) SE(h_i) = \sqrt{\frac{h_i^2}{n_i \cdot q_i} \left( 1 - \left( \frac{h_i \cdot v}{2} \right)^2 \right)}$$

Definition der Größen in den vorherigen Gleichungen.

**Spalte 17:** Standardfehler der Überlebensfunktion

$$(8) SE(p_i) = p_i \sqrt{\sum_{j=1}^i \frac{d_j}{n_j(n_j - d_j)}}$$

siehe Gross/Clark, 1975, S. 41. Dort läuft fälschlicherweise  $j$  bis  $i-1$ .

Definition der Größen in den vorherigen Gleichungen.

**Spalte 18:** Standardfehler der Dichtefunktion

$$(9) SE(f_i) = f_i \sqrt{\sum_{j=1}^{i-1} \frac{q_j}{n_j \cdot p_j} + \frac{p_i}{n_i \cdot q_i}}$$

Für das Intervall:

$$(9a) SE(f_1) = f_1 \cdot \sqrt{\frac{p_1}{n_1 \cdot q_1}}$$

Definition der Größen in den vorherigen Gleichungen.

**Median der Überlebenszeit:** Das ist die mittlere Überlebenszeit (gerechnet als Median), d.h. also die Zahl der Tage, die die Personen im Durchschnitt erwarten dürfen. Der Median liegt auf jenem Zeitpunkt, bei dem die Überlebensfunktion =0.5 ist. Dabei wird dieser Zeitpunkt linear interpoliert. In unserem Beispiel leben nach 544.5542 Tagen noch 50 % der Personen.

$$(10) M = t_j + \frac{p_{j-1} - 0.5}{f_j}$$

(11) Standardfehler des Median

$$SE(M) = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot n_1 \cdot f_j^2}}$$

dabei ist j jenes Intervall für das gilt

$$(12) p_j > 0 \text{ und } p_j < 0.5 \text{ und } p_{j-1} \geq 0.5$$

$t_i =$  Zeitpunkt des Intervallbeginns j

j ist das Intervall das obige Bedingung 12 erfüllt.

$p_j, p_{j-1} =$  Wert aus der Überlebensfunktion für das Intervall j bzw. j-1.

$n_1 =$  Risikomenge im 1. Intervall

$f_j =$  Dichtefunktion im Intervall j.

**Spalte 21, 22:** Median der *verbleibenden* Lebenszeit zu Beginn des Intervalls.

Beispiel: Wie lange ist noch die mittlere Überlebensdauer (gerechnet als Median) einer Person, die das 8. Intervall erreicht hat. In der Ausgabe zu unserem Beispiel erkennen wir, daß diese Person noch 379.5429 Tage leben wird. Genauer ist es zu fragen: Wieviele Tage noch leben 50 % der Personen, die das 8. Intervall erreicht haben. Und die Antwort ist dann, daß dies noch 379.5429 Tage sind. Siehe Gross/Clark, 1975, S. 42.

$$(13) \text{Median}_i = t_{j-1} - t_{i-1} + \left( p_{j-1} - \frac{p_{i-1}}{2} \right) / f_j$$

i = Intervall-Nr.

$t_{i-1} =$  Zeitpunkt zu Intervallbeginn bzw. (was dasselbe ist) zu Endes des vorherigen Intervalls.

Beachte: Für das Intervall i=1 ist in der Regel  $t_{i-1} = 0$

$p_{i-1} =$  Wert aus der Überlebensfunktion aus dem Intervall i-1

j = das ist jenes Intervall, für das gilt:

$$(14) p_{j-1} > \frac{p_{i-1}}{2} > p_j \text{ und } p_j > .0$$

$$(14) \text{SE}_{\text{Median}_i} = \sqrt{\frac{p_{i-1}^2}{n_i \cdot f_j^2}}$$

$n_i$  = Risikomenge im Intervall  $i$

$f_j$  = Wert der Dichtefunktion im Intervall  $j$ .

Beachte: Der Median und SE(Median) ergibt sich auch aus obigen Gleichungen (13) und (14) für  $i=1$ .

Der Median der verbleibenden Lebenszeit beim Eintritt in das 1. Intervall, also zu Beobachtungsbeginn ist selbstverständlich gleich dem allgemeinen Median aus Gleichung 10.

In unseren Beispieldaten ist interessanterweise festzustellen, daß wenn es einer Person gelingt, das 1. Intervall zu überleben und in das 2. Intervall einzutreten, ihre verbleibende mittlere Lebensdauer mit 1177 Tagen größer ist als zu Beginn des 1. Intervalls. Das ist natürlich eine Folge der hohen Sterblichkeit im 1. Intervall. Siehe Spalte 6.

### ***P39.4 Vergleich von Gruppen***

Ist die Überlebensdauer von herztransplantierten Männern signifikant anders als die von Frauen? Allgemein geht es also darum zu untersuchen, ob sich die Überlebensfunktionen mehrerer Gruppen signifikant unterscheiden. Wir wollen unsere Testdaten daraufhin befragen, ob es einen Unterschied ausmacht, in welchem Hospital der Patient herztransplantiert wurde.

#### **P39.4.1 Almo-Eingabe mit Prog39mb**

Klicken Sie am Oberrand des Almo-Fenster auf den Knopf VERFAHREN. Es erscheint eine Übersicht über alle in Almo enthaltene Verfahren. Siehe dazu P39.2.1. Klicken Sie auf den Eintrag "Ereignisanalyse" oder "Survival". Almo präsentiert Ihnen dann eine Liste der Maskenprogramme zum Thema "Survival". Laden Sie Prog39mb. Es erscheint dann ein Maskenprogramm, das mit dem oben in Abschnitt P39.2.1 dargestellten Prog39ma identisch ist. Es ist nur die Box „Gruppierungs-Variable“ hinzugefügt.

**Box „Gruppierungs-Variable“**



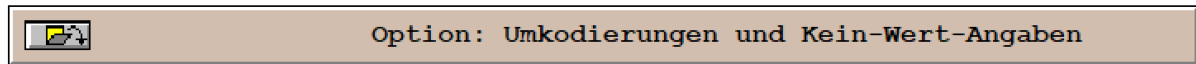
**Beachte:**

Die Zahl der Gruppierungsvariablen ist beliebig. Almo bildet dann alle Kombinationen, die sich aus den Ausprägungen der Gruppierungsvariablen zusammenstellen lassen. Sie können z.B. schreiben:

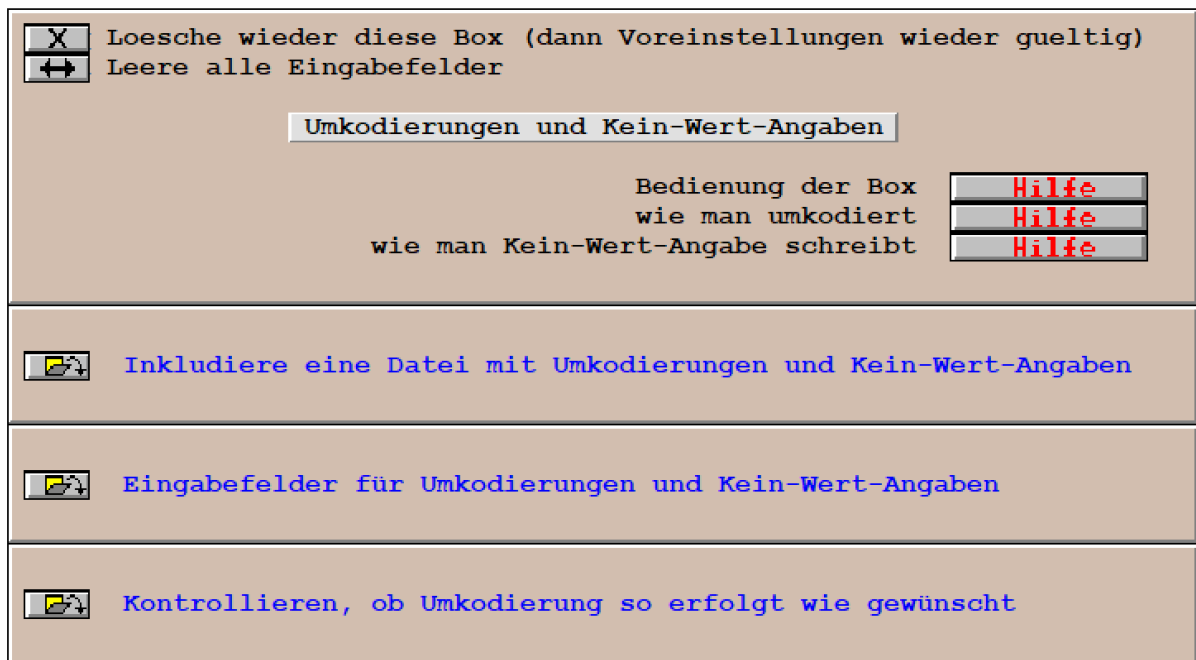
Hospital, Alter;

Da das Alter sehr viele Ausprägungen besitzt, würden außerordentlich viele Gruppen entstehen. In diesem Falle wäre es also sinnvoll das Alter zu dichotomisieren, z.B. durch eine Anweisung in der Umkodierungsbox

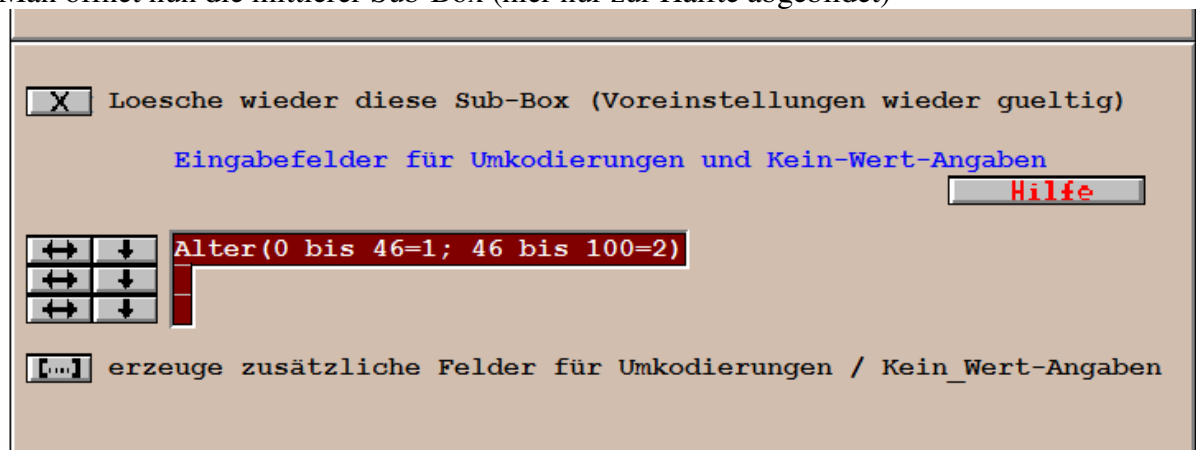
Öffnen Sie in diesem Fall die Optionsbox "Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben"



Man sieht folgendes



Man öffnet nun die mittlerer Sub-Box (hier nur zur Hälfte abgebildet)



Zum Umkodieren siehe die ausführliche Erläuterung im Dokument P0 "Arbeiten\_mit\_Almo", Abschnitt P0.5.

### P39.4.3 Almo-Ausgabe

Ergebnisse aus Almo

Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable

Gruppierungsvariable: V3 Hospital HospitalA HospitalB HospitalC  
 Zeitvariable: V1 Zeitdauer  
 Ereignisvariable: V2 Ereignis

Zahl der eingelesenen Datensatze: 65  
 Zahl der ausgewerteten Datensatze: 65

Sterbetafel

Gruppe 1: V3 Hospital: 1 HospitalA

1 Inter- vall Nr.	2 Intervalldauer von bis	3 Pers. die in dieses Intervall eintreten	4 Pers. die waehrend dieses Intv ausscheiden (zensierte Beobachtgn)	5 Pers. die dem Risiko zu termi- nieren ausgesetzt sind	6 Pers. die waehrend dieses Intv. terminierten
1	0.00 - 162.00	22	5	19.5	8
2	162.00 - 324.00	9	2	8.0	1
3	324.00 - 486.00	6	1	5.5	0
4	486.00 - 648.00	5	2	4.0	1
5	648.00 - 810.00	2	0	2.0	0
6	810.00 - 972.00	2	0	2.0	0
7	972.00 - 1134.00	2	1	1.5	0
8	1134.00 - 1296.00	1	0	1.0	0
9	1296.00 - 1458.00	1	0	1.0	0
10	1458.00 - 1620.00	1	1	0.5	0

7 Inter- vall Nr.	8 Intervalldauer von bis	9 Whrschlkt zu termi- nieren	10 Whrschlkt zu ueber- leben	11 Ueberleb.fkt. =kumulative Whrschlkt zu ueber- leben bei Intvallende	12 Dichte- funktion der Ueber- lebensdauer
1	0.00 - 162.00	0.4103	0.5897	0.5897	0.002532
2	162.00 - 324.00	0.1250	0.8750	0.5160	0.000455
3	324.00 - 486.00	0.0000	1.0000	0.5160	0.000000
4	486.00 - 648.00	0.2500	0.7500	0.3870	0.000796
5	648.00 - 810.00	0.0000	1.0000	0.3870	0.000000
6	810.00 - 972.00	0.0000	1.0000	0.3870	0.000000
7	972.00 - 1134.00	0.0000	1.0000	0.3870	0.000000
8	1134.00 - 1296.00	0.0000	1.0000	0.3870	0.000000
9	1296.00 - 1458.00	0.0000	1.0000	0.3870	0.000000
10	1458.00 - 1620.00	0.0000	1.0000	0.3870	0.000000

13 Inter- vall Nr.	14 Intervalldauer von bis	15 Hazardrate Risikorate	16 Std.fehler der Hazardrate	17 Std.fehler der kumulativen Whrschlkt zu ueber- leben	18 Std.fehler der Dichte- funktion der Ueber- lebensdauer
1	0.00 - 162.00	0.003186	0.001088	0.111389	0.000688
2	162.00 - 324.00	0.000823	0.000821	0.119392	0.000434
3	324.00 - 486.00	0.000000	0.000000	0.119392	0.000000
4	486.00 - 648.00	0.001764	0.001746	0.143179	0.000714
5	648.00 - 810.00	0.000000	0.000000	0.143179	0.000000
6	810.00 - 972.00	0.000000	0.000000	0.143179	0.000000
7	972.00 - 1134.00	0.000000	0.000000	0.143179	0.000000
8	1134.00 - 1296.00	0.000000	0.000000	0.143179	0.000000

Inter- vall Nr.	Intervalldauer von bis	Median der verbleibenden Lebensdauer bei Inter- vall-Beginn	Std.fehler des Median der verbleibenden Lebensdauer
9	1296.00 - 1458.00	0.000000	0.143179
10	1458.00 - 1620.00	0.000000	0.143179
19	20	21	22
1	0.00 - 162.00	506.1242	142.185864
2	162.00 - 324.00	-	-
3	324.00 - 486.00	-	-
4	486.00 - 648.00	-	-
5	648.00 - 810.00	-	-
6	810.00 - 972.00	-	-
7	972.00 - 1134.00	-	-
8	1134.00 - 1296.00	-	-
9	1296.00 - 1458.00	-	-
10	1458.00 - 1620.00	-	-

Median der Ueberlebensdauer = 506.1242  
Standardfehler des Medians = 142.1859

#### Sterbetafel

Gruppe 2: V3 Hospital: 2 HospitalB

-----

1 Inter- vall Nr.	2 Intervalldauer von bis	3 Pers. die in dieses Intervall eintreten	4 Pers. die waehrend dieses Intv ausscheiden (zensierte Beobachtgn)	5 Pers. die dem Risiko zu termi- nieren ausgesetzt sind	6 Pers. die waehrend dieses Intv. terminierten
1	0.00 - 162.00	22	6	19.0	8
2	162.00 - 324.00	8	1	7.5	1
3	324.00 - 486.00	6	2	5.0	0
4	486.00 - 648.00	4	0	4.0	0
5	648.00 - 810.00	4	1	3.5	1
6	810.00 - 972.00	2	1	1.5	0
7	972.00 - 1134.00	1	0	1.0	0
8	1134.00 - 1296.00	1	0	1.0	0
9	1296.00 - 1458.00	1	0	1.0	0
10	1458.00 - 1620.00	1	0	1.0	0
11	1620.00 - 1782.00	1	1	0.5	0

7 Inter- vall Nr.	8 Intervalldauer von bis	9 Whrschlkt zu termi- nieren	10 Whrschlkt zu ueber- leben	11 Ueberleb.fkt. =kumulative Whrschlkt zu ueber- leben bei Intvallende	12 Dichte- funktion der Ueber- lebensdauer
1	0.00 - 162.00	0.4211	0.5789	0.5789	0.002599
2	162.00 - 324.00	0.1333	0.8667	0.5018	0.000476
3	324.00 - 486.00	0.0000	1.0000	0.5018	0.000000
4	486.00 - 648.00	0.0000	1.0000	0.5018	0.000000
5	648.00 - 810.00	0.2857	0.7143	0.3584	0.000885
6	810.00 - 972.00	0.0000	1.0000	0.3584	0.000000
7	972.00 - 1134.00	0.0000	1.0000	0.3584	0.000000
8	1134.00 - 1296.00	0.0000	1.0000	0.3584	0.000000
9	1296.00 - 1458.00	0.0000	1.0000	0.3584	0.000000
10	1458.00 - 1620.00	0.0000	1.0000	0.3584	0.000000
11	1620.00 - 1782.00	0.0000	1.0000	0.3584	0.000000

13 Inter- vall Nr.	14 Intervalldauer von bis	15 Hazardrate Risikorate	16 Std.fehler der Hazardrate	17 Std.fehler der kumulativen Whrschlkt	18 Std.fehler der Dichte- funktion
-----------------------------	---------------------------------	--------------------------------	---------------------------------------	---	--

					zu ueber-	der Ueber-	
					leben	lebensdauer	
1	0.00	-	162.00	0.003292	0.001122	0.113269	0.000699
2	162.00	-	324.00	0.000882	0.000880	0.121659	0.000453
3	324.00	-	486.00	0.000000	0.000000	0.121659	0.000000
4	486.00	-	648.00	0.000000	0.000000	0.121659	0.000000
5	648.00	-	810.00	0.002058	0.002029	0.149101	0.000778
6	810.00	-	972.00	0.000000	0.000000	0.149101	0.000000
7	972.00	-	1134.00	0.000000	0.000000	0.149101	0.000000
8	1134.00	-	1296.00	0.000000	0.000000	0.149101	0.000000
9	1296.00	-	1458.00	0.000000	0.000000	0.149101	0.000000
10	1458.00	-	1620.00	0.000000	0.000000	0.149101	0.000000
11	1620.00	-	1782.00	0.000000	0.000000	0.149101	0.000000

19	20		21	22	
Inter-	Inter-		Median der	Std.fehler	
vall-	vall-	bis	verbleibenden	des	
Nr.	von		Lebensdauer	Median der	
			bei Inter-	verbleibenden	
			vall-Beginn	Lebensdauer	
1	0.00	-	162.00	649.9825	129.623900
2	162.00	-	324.00	-	-
3	324.00	-	486.00	-	-
4	486.00	-	648.00	-	-
5	648.00	-	810.00	-	-
6	810.00	-	972.00	-	-
7	972.00	-	1134.00	-	-
8	1134.00	-	1296.00	-	-
9	1296.00	-	1458.00	-	-
10	1458.00	-	1620.00	-	-
11	1620.00	-	1782.00	-	-

Median der Ueberlebensdauer = 649.9825  
Standardfehler des Medians = 129.6239

Sterbetafel

Gruppe 3: V3 Hospital: 3 HospitalC

1	2		3	4	5	6	
Inter-	Inter-		Pers. die	Pers. die	Pers. die	Pers. die	
vall-	vall-	bis	in dieses	waehtend	dem Risiko	waehtend	
Nr.	von		Intervall	dieses Intv	zu termi-	dieses Intv.	
			eintreten	ausscheiden	nieren	terminierten	
				(zensierte	ausgesetzt		
				Beobachtgn)	sind		
1	0.00	-	162.00	21	3	19.5	3
2	162.00	-	324.00	15	1	14.5	2
3	324.00	-	486.00	12	1	11.5	0
4	486.00	-	648.00	11	2	10.0	0
5	648.00	-	810.00	9	0	9.0	0
6	810.00	-	972.00	9	2	8.0	1
7	972.00	-	1134.00	6	0	6.0	2
8	1134.00	-	1296.00	4	1	3.5	0
9	1296.00	-	1458.00	3	1	2.5	1
10	1458.00	-	1620.00	1	1	0.5	0

7	8		9	10	11	12
Inter-	Inter-		Whrschlkt	Whrschlkt	Ueberleb.fkt.	Dichte-
vall-	vall-	bis	zu termi-	zu ueber-	=kumulative	funktion
Nr.	von		nieren	leben	Whrschlkt	der Ueber-
					zu ueber-	lebensdauer
					leben bei	

Intvallende

1	0.00 - 162.00	0.1538	0.8462	0.8462	0.000950
2	162.00 - 324.00	0.1379	0.8621	0.7294	0.000720
3	324.00 - 486.00	0.0000	1.0000	0.7294	0.000000
4	486.00 - 648.00	0.0000	1.0000	0.7294	0.000000
5	648.00 - 810.00	0.0000	1.0000	0.7294	0.000000
6	810.00 - 972.00	0.1250	0.8750	0.6383	0.000563
7	972.00 - 1134.00	0.3333	0.6667	0.4255	0.001313
8	1134.00 - 1296.00	0.0000	1.0000	0.4255	0.000000
9	1296.00 - 1458.00	0.4000	0.6000	0.2553	0.001051
10	1458.00 - 1620.00	0.0000	1.0000	0.2553	0.000000

13 Inter- vall Nr.	14 Intervalldauer von bis	15 Hazardrate Risikorate	16 Std.fehler der Hazardrate	17 Std.fehler der kumulativen Whrschlkt zu ueber- leben	18 Std.fehler der Dichte- funktion der Ueber- lebensdauer
1	0.00 - 162.00	0.001029	0.000592	0.081705	0.000504
2	162.00 - 324.00	0.000914	0.000645	0.104079	0.000478
3	324.00 - 486.00	0.000000	0.000000	0.104079	0.000000
4	486.00 - 648.00	0.000000	0.000000	0.104079	0.000000
5	648.00 - 810.00	0.000000	0.000000	0.104079	0.000000
6	810.00 - 972.00	0.000823	0.000821	0.124773	0.000533
7	972.00 - 1134.00	0.002469	0.001711	0.148349	0.000801
8	1134.00 - 1296.00	0.000000	0.000000	0.148349	0.000000
9	1296.00 - 1458.00	0.003086	0.002988	0.159073	0.000892
10	1458.00 - 1620.00	0.000000	0.000000	0.159073	0.000000

19 Inter- vall Nr.	20 Intervalldauer von bis	21 Median der verbleibenden Lebensdauer bei Inter- vall-Beginn	22 Std.fehler des Median der verbleibenden Lebensdauer
1	0.00 - 162.00	1077.2790	86.216338
2	162.00 - 324.00	1136.3143	105.750449
3	324.00 - 486.00	1029.8571	102.366844
4	486.00 - 648.00	867.8571	109.776210
5	648.00 - 810.00	705.8571	115.714286
6	810.00 - 972.00	543.8571	122.733534
7	972.00 - 1134.00	425.2500	124.005418
8	1134.00 - 1296.00	-	-
9	1296.00 - 1458.00	-	-
10	1458.00 - 1620.00	-	-

Median der Ueberlebensdauer = 1077.2790  
Standardfehler des Medians = 86.2163

\*\*\*\*\* MITTEILUNG

Fuer nachfolgenden logrank- und Wilcoxon-Test gilt: Alle Untersuchungseinheiten, die im gleichen Zeitintervall "sterben" oder zensiert werden erhalten denselben "Todeszeitpunkt" bzw Zensierungszeitpunkt

Ereignis eingetreten in Gruppe 1 = 10 mal  
Ereignis eingetreten in Gruppe 2 = 10 mal  
Ereignis eingetreten in Gruppe 3 = 9 mal

Pauschaler logrank-Test auf Verschiedenheit aller Gruppen

-----  
Chi-Quadrat = 1.499863  
df = 2  
p = 0.476960  
Signifikanz (1-p)100 der Verschiedenheit= 52.303995 %

Pauschaler Wilcoxon-(Breslow)-Test auf Verschiedenheit aller Gruppen

-----  
Chi-Quadrat = 3.142796  
df = 2  
p = 0.206401

Signifikanz (1-p)\*100 der Verschiedenheit= 79.359854 %

Chi-Quadrat-Werte der paarweisen Vergleiche der Gruppen  
aus logrank-Test

Oberer Wert ist Chi-Quadrat

darunter p

darunter die Signifikanz (1-p)\*100 der Verschiedenheit der Gruppen

-----  
Gruppe 1 = Hospital:HospitalA

Gruppe 2 = Hospital:HospitalB

Gruppe 3 = Hospital:HospitalC

	Gruppe 1	Gruppe 2
Gruppe 2	0.000772 0.977169 2.283078%	
Gruppe 3	1.111535 0.291866 70.813360%	1.530701 0.216168 78.383222%

Chi-Quadrat-Werte der paarweisen Vergleiche der Gruppen  
aus Wilcoxon- (Breslow-) Test

Oberer Wert ist Chi-Quadrat

darunter p

darunter die Signifikanz (1-p)\*100 der Verschiedenheit der Gruppen

-----  
Gruppe 1 = Hospital:HospitalA

Gruppe 2 = Hospital:HospitalB

Gruppe 3 = Hospital:HospitalC

	Gruppe 1	Gruppe 2
Gruppe 2	0.000192 0.990742 0.925762%	
Gruppe 3	2.445397 0.118062 88.193782%	2.584223 0.108145 89.185504%

#### P39.4.4 Berechnung des logrank-Test und des Wilcoxon (Breslow-) Test.

Almo verfährt hier in folgender Weise.

Alle Personen, die in einem Zeitintervall sterben oder ausscheiden (zensiert sind) erhalten denselben Todeszeitpunkt bzw. Zensierungszeitpunkt - obwohl ihre individuellen Todes- bzw. Zensierungszeitpunkte innerhalb des Intervalls aus den Daten bekannt sind.

Die Gründe für diese Vorgehensweise sind folgende:

1. Almo rechnet im Programm 40 (=Kaplan-Meier-Schätzer der Überlebensfunktion) den logrank- und Wilcoxon(Breslow)-Test aus den individuellen Daten. Will der Benutzer also diese beiden Tests mit individuellen Daten rechnen, dann braucht er nur Programm 40 zu rechnen.

2. Beim log-rank- und Wilcoxon(Breslow)-Test müssen die Daten nach aufsteigendem Todeszeitpunkt sortiert werden. Die Daten müssen zu diesem Zweck in einer Matrix im Speicher gehalten werden. Bei vielen Untersuchungspersonen - und für diesen Fall ist ja die Sterbetafel-Methode gedacht - kann es zu einem Speicherüberlauf kommen, mit der Folge, daß das Betriebssystem abstürzt oder auslagert ("swapping") und dann außerordentlich lange Rechenzeiten auftreten. Bei der Vorgehensweise, die in Almo gewählt wird kann dieser Fall nicht auftreten.
3. Die Untersuchungspersonen können bei der Sterbetafel-Methode in verschiedenen lange Zeitintervalle eingeteilt werden. Die Überlebensfunktion wird dadurch beeinflußt - nicht jedoch die Ergebnisse aus dem log-rank- und dem Wilcoxon(Breslow)-Test, sofern dieser die individuellen Daten verwendet; d.h. Überlebensfunktion und Tests werden aus verschiedenen Daten gerechnet. Das erscheint uns nicht sinnvoll. Bei der Vorgehensweise in Almo werden die Überlebensfunktion und die Tests aus denselben Daten berechnet.

#### **Vergleich mit anderen Statistiksytmen:**

SAS rechnet den log-rank-Test und den Wilcoxon(Breslow)-Test aus den individuellen Daten. SPSS und Statistica rechnen den Wilcoxon-Gehan-Test, der etwas andere Ergebnisse erbringt. Dies gilt für die genannten Statistiksytme ab den Versionen von 1995 und später. Bei den jeweils aktuellen Versionen können Änderungen vorgenommen sein.

Die Formeln zur Berechnung des log-rank- und des Wilcoxon(Breslow)-Tests in Almo werden in Abschnitt P40.7.4 ausführlich dargestellt und kommentiert.

### ***P39.5 Sterbetafel-Methode und Kaplan-Meier-Verfahren***

Das Kaplan-Meier-Verfahren ist immer vorzuziehen, da es die individuellen "Todes- und Zensierungszeiten" berücksichtigt. Beim Kaplan-Meier-Verfahren müssen die individuellen Untersuchungseinheiten sortiert werden und in einer Matrix im Speicher des Rechners gehalten werden. Bei sehr vielen Daten kann der Rechner dann überfordert sein. Hier muß das Sterbetafel-Verfahren gerechnet werden. Dies gilt auch, wenn, bei vielen Daten, die graphische Darstellung der Kaplan-Meier-Überlebensfunktion, zu unübersichtlich wird.

Gelegentlich ist zu lesen, daß die Sterbetafel-Methode und das Kaplan-Meier-Verfahren dieselben Ergebnisse erbringt, wenn beim Sterbetafel-Verfahren die Intervalle nach der kleinsten Zeiteinheit gebildet werden. Das ist nur teilweise richtig. Der logrank- und Wilcoxon(Breslow)-Test aus beiden Verfahren liefert dieselben Ergebnisse (wenn eine Gruppierungsvariable eingeführt wurde).

Die Überlebensfunktionen die Almo ausgibt divergieren etwas, wenn in der Regel auch sehr wenig, weil beim Sterbetafel-Verfahren die Intervallmitte als Bezugszeit verwendet wird und dann nur die Hälfte der Zensierten in die Berechnung der Risikomenge eingeht. Siehe dazu das Almo-Beispielprogramm KM\_SURV.Alm. Almo erkennt sozusagen nicht, daß die Sterbetafel-Methode mit der kleinsten Intervallbreite gerechnet wird und daß in diesem Fall keine Intervallmitte mehr existiert.

Es macht also wenig Sinn eine Sterbetafel-Methode zu rechnen, wenn die kleinst möglichen Intervalle verwendet wird. Hier ist das Kaplan-Meier-Verfahren zu rechnen.

## **Literatur:**

- H.-P. Blossfeld/A. Hamerle/K.u.Mayer: Ereignisanalyse, Campus, Frankfurt 1986
- A. Diekmann/P. Mitter: Methoden zur Analyse von Zeitverläufen, Teubner, Stuttgart, 1984
- A.J. Gross/V.A. Clark: Survival distributions. Reliability Applications in the Biomedical Sciences, Wiley, New York, 1975 (insbesondere Kap. 2.2, 2.3)
- J.D. Kalbfleisch/R.L. Prentice: The statistical analysis of failure time data, Wiley, New York, 1980
- J.F. Lawless: Statistical models and methods for lifetime data, Wiley, New York, 1982

# P40 Der Kaplan-Meier-Schätzer der Überlebensdauer

Wie lange überlebt ein Mensch eine Herztransplantation. Wir wollen etwas präziser fragen:

1. Was ist die durchschnittliche Überlebensdauer nach einer Herztransplantation?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit nach einer Herztransplantation nach  $x$  Tagen (z.B. nach 365 Tagen) noch zu leben?

Das Kaplan-Meier-Verfahren liefert zur Beantwortung dieser Fragen Schätzwerte.

Es muß bei den Themen, auf die das Kaplan-Meier-Verfahren angewendet wird, nicht immer um Tod und Leben gehen. Das Kaplan-Meier-Verfahren ist etwa auch auf sozialwissenschaftliche Probleme anwendbar. So wenden z.B. Blossfeld, Hamerle, Mayer (1986) das Kaplan-Meier-Verfahren auf folgende Fragestellung an: Wie lange verbleiben Menschen in ihrem ersten Beruf. Dem "Tod" entspricht hier der Berufswechsel, dem "Überleben" der Verbleib im 1. Beruf.

Wir wollen im folgenden ausführlich ein Beispiel von Burns betrachten, das wir aus Altman (1991) entnehmen:

21 Personen wurden auf einer beweglichen Plattform 2 Stunden lang seekrank gemacht. Das Ereignis, auf das die Forscher dabei warteten, war natürlich nicht der Tod der Versuchspersonen. Man wollte wissen nach wievielen Minuten die Versuchspersonen erbrechen. Die "Überlebensdauer" war die Zeit bis zum Erbrechen, bzw. die vollen 120 Minuten bis zum Versuchsende.

Die Ergebnisse waren folgende:

Untersuchungsperson	Überlebensdauer in Minuten
1	30
2	50
3	50*
4	51
5	66*
6	82
7	92
8	120*
.	.
.	.
.	.
.	.
21	120*

Bei Person 1 ist nach 30 Minuten das Ereignis "Erbrechen" eingetreten. Person 2 mußte nach 50 Minuten erbrechen. Person 3 hat nach 50 Minuten "gestreikt" und ist von der Plattform gehüpft. In der Sprache des Kaplan-Meier-Verfahrens wird Person 3 als "zensierte" Beobachtung bezeichnet. Wir haben die zensierten Personen in obiger Tabelle durch einen Stern markiert.

Auch Person 5 ist eine derartige zensierte Beobachtung. Sie hatte nach 66 Minuten genug und entzog sich dem Experiment. Die Personen 8 bis 21 haben alle das Versuchsende erreicht

ohne daß bei ihnen das Ereignis "Erbrechen" aufgetreten ist. Auch sie werden als "zensierte" Beobachtungen bezeichnet. Der etwas verwirrende Begriff "zensiert" meint also:

das fragliche Ereignis ist nicht aufgetreten - entweder weil die Untersuchungseinheit die Beobachtung verließ oder weil sie bis zum Beobachtungsende überlebte.

### **P40.1 Die Daten**

Die Daten, die Almo benötigt um für unser Beispiel den Kaplan-Meier-Schätzer der Überlebensfunktion zu rechnen, sind folgende:

V1 Zeitdauer	V2 Ereignis
30	0
50	0
50	1
51	0
66	1
82	0
92	0
120	1
.	.
.	.
.	.
120	1

Beachte:

1. Selbstverständlich kann die Datenmatrix mehr als nur 2 Variable umfassen. Die Zeitvariable muß auch nicht unbedingt V1 und die Ereignisvariable muß nicht unbedingt V2 sein.

2. Die Ereignisvariable ist in folgender Weise kodiert:

0 = Ereignis eingetreten  
1 = zensiert

Diese Codes sind im Prinzip beliebig wählbar. Jedoch muß der Code für "zensiert" höher sein als der für "Ereignis eingetreten".

3. Die Variablenwerte können als Ganzzahlwerte geschrieben sein aber auch als Dezimalwerte mit Dezimalpunkt und beliebig vielen Dezimalstellen.

## ***P40.2 Almo-Eingabe***

Die Eingabe für dieses Beispiel ist folgende:

### **P40.2.1 Die Programm-Maske **Prog40m1****

Klicken Sie am Oberrand des Almo-Fenster auf den Knopf VERFAHREN. Es erscheint eine Übersicht über alle in Almo enthaltene Verfahren. Scrollen Sie dann durch bis "Ereignisanalyse" oder "Survival".



4 **Freie Namensfelder** **Hilfe**  
 Name1=Ueberlebensdauer; Zeitvariable  
 Name2=Ereignis:tot,zensiert; Ereignisvariable  
 ... erzeuge zusätzliche Namensfelder

5 **Datei aus der gelesen wird** **Hilfe**  
 bei Datei-Problemen  
 "C:\Almo7\Testdat\Altman1.fre"  
 frei Format der Daten **Hilfe**  
 U1:2 der Datensatz enthält diese Variablen  
 Bei Format DIREKT schreiben Sie: alle\_U

6 **Wenn Dateiformat FIX oder Nicht-Standard-FREI** **Hilfe**

7 **die Analyse-Variablen**  
 Ueberlebensdauer die Zeitvariable  
 Ereignis die Ereignisvariable  
 0 Code für "Ereignis hat stattgefunden"  
 z.B. Untersuchungseinheit ist gestorben  
 1 Code für "zensiert"  
 z.B. Untersuchungseinheit hat ueber-  
 lebt oder ist ausgeschieden

8 **Option: Ein- und Ausschliessen von Untersuchungseinheiten**

9 **Option: Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben**

10 **Option: Untersuchungseinheiten ganzzahlig gewichten**

**Ausgabe**  
 1 0=volle Ausgabe. Jede einzelne Person wird ausgegeben  
 1=verkürzte Ausgabe. Personen mit gleicher Zeitdauer  
 und gleichem Ereignis werden zusammengefasst

**Option: Zwischenergebnisse ausgeben**

**Grafik-Optionen**

**Programmende**

**Erläuterungen zu den Boxen**

**Box 1 bis 6:** Siehe Almo-Dokument Nr.0 "Arbeiten mit Almo", Abschnitt P0.1 bis P0.4

### Box 7: Die Analyse-Variablen

die Analyse-Variablen	
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<b>Ueberlebensdauer</b> die Zeitvariable
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<b>Ereignis</b> die Ereignisvariable
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<b>0</b> Code für "Ereignis hat stattgefunden" z.B. Untersuchungseinheit ist gestorben
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<b>1</b> Code für "zensiert" z.B. Untersuchungseinheit hat ueberlebt oder ist ausgeschieden

**Box 8:** Ein- und Ausschliessen von Untersuchungseinheiten. Siehe P0.7

**Box 9:** Umkodierungen und Kein-Wert-Angabe. Siehe P0.5

**Box 10:** Option: Untersuchungseinheiten ganzzahlig gewichten. Siehe P0.8

### Box 11: Ausgabe

Ausgabe	
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<b>1</b> 0=volle Ausgabe. Jede einzelne Person wird ausgegeben 1=verkürzte Ausgabe. Personen mit gleicher Zeitdauer und gleichem Ereignis werden zusammengefasst

Der Umfang der Ergebnis-Ausgabe kann gesteuert werden

### Optionsbox 12: Zwischenergebnisse ausgeben

Wird die Optionsbox geöffnet, dann sieht man folgendes:

<input checked="" type="checkbox"/>	Loesche wieder diese Box (dann Voreinstellungen wieder gueltig)
<b>Zwischenergebnisse ausgeben</b>	
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<b>0</b> 1=verschiedene Zwischenergebnisse ausgeben z.B. Zwischenergebnisse aus Berechnung der mittleren Lebensdauer, des log rank Tests etc. ACHTUNG: Es kann sehr viel Text entstehen !! 0=keine Zwischenergebnisse

Zusätzlich zur Standardausgabe können Zwischenergebnisse ausgegeben werden

### Box 13: Grafik-Optionen

Wird die Optionsbox geöffnet, dann sieht man folgendes:

<input checked="" type="checkbox"/>	Loesche wieder diese Box (dann Voreinstellungen wieder gueltig)
<b>Grafik-Optionen</b>	
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<b>Almo</b> Almo = Almo-Grafik ausgeben 0 = keine Grafik
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<b>1</b> 1 = auch den linken Teil der Überlebenskurve von Zeit=0 und Überlebenswahrsch.keit p=1.0 zeigen 0 = nicht
<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<b>1</b> 1 = Almo-Grafik in Ergebnisliste einsetzen 0 = nicht <input type="button" value="Hilfe"/>

Wird das 2. Eingabefeld auf "1" gesetzt, dann zeigt Almo auch den Linken Teil der Überlebenskurve.

## P40.3 Ausgabe

Almo liefert folgende Ergebnisse:

Ergebnisse aus ALMO

-----  
Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable

Zeitvariable: V1  
Ereignisvariable: V2

Zahl der eingelesenen Untersuchungseinheiten: 21

Erlaeuterung zu Spalte 2 der nachfolgenden Tabelle:  
Code: 0.00 = Ereignis eingetreten (z.B. gestorben)  
1.00 = Untersuchungseinheit zensiert  
(z.B. ueberlebt oder ausgeschieden)  
zusaetzlich durch einen Stern markiert

Erlaeuterung zu Spalte 3:  
Dies ist die Zahl der Untersuchungseinheiten, die  
nach dem jeweiligen Zeitpunkt noch vorhanden sind

Erlaeuterung zu Spalte 4:  
Dies ist der Anteil der Untersuchungseinheiten,  
die nach dem jeweiligen Zeitpunkt noch verbleiben  
- gemessen an denjenigen, die zum Beginn dieses  
Zeitpunkts noch vorhanden waren

Erlaeuterung zu Spalte 5:  
Dies ist der Kaplan-Meier-Schaetzer der Ueber-  
lebensfunktion. Die Werte entstehen durch Multi-  
plikation der Werte aus Spalte 4

Erlaeuterung zu Spalte 6:  
Dies ist der Standardfehler der Kaplan-Meier-Ueberlebensfunktion

Erlaeuterung zu Spalte 7:  
Dies sind die kumulierten Untersuchungseinheiten, die  
das Ereignis erfahren haben (z.B. gestorben sind)

Erlaeuterung zu Spalte 8:  
Dies ist die einfache Wahrscheinlichkeit zum jeweiligen Zeitpunkt i  
noch zu leben. Entsteht aus Gesamtzahl der Untersuchungseinheiten  
minus den "Toten" (aus Spalte 7) dividiert durch die Gesamtzahl  
Beachte: Zensierte Untersuchungseinheiten werden als Ueberlebende betrachtet

1	2	3	4	5	6	7	8
Zeit	Ereignis Code	nach dieser Zeit noch vor- handen	Anteil derer, die noch vor- handen	Kaplan-Meier- Ueberleb.fkt. = kumulierte Whrscheinlkt zu ueber- leben	Stand.fehler der Kaplan-Meier Ueberleb.fkt	Tote kumu- liert	einf. Whkeit zu ueber- leben
30.00	0.00	20	0.9524	0.952381	0.046471	1	0.9524
50.00	0.00	19	0.9500	0.904762	0.064056	2	0.9048
50.00	1.00*	18					
51.00	0.00	17	0.9444	0.854497	0.077757	3	0.8571
66.00	1.00*	16					
82.00	0.00	15	0.9375	0.801091	0.089375	4	0.8095
92.00	0.00	14	0.9333	0.747685	0.098084	5	0.7619
120.00	1.00*	13					
120.00	1.00*	12					
120.00	1.00*	11					
120.00	1.00*	10					
120.00	1.00*	9					
120.00	1.00*	8					

120.00	1.00*	7
120.00	1.00*	6
120.00	1.00*	5
120.00	1.00*	4
120.00	1.00*	3
120.00	1.00*	2
120.00	1.00*	1
120.00	1.00*	0

Mittelwert der Ueberlebensdauer = 105.387897  
Standardabweichung = 6.124213  
95% Vertrauensintervall fuer Mittelwert = 93.384439 - 117.391355

--Mittelwert wuerde unterschaezt werden, da letzte Untersuchungseinheit  
--zensiert ist. Deswegen wurde der Zeitraum bis zu dieser in den Kalkuel  
--des Mittelwerts und der Standardabweichung miteinbezogen (Handbuch, P40)  
--unterschaezter Mittelwert = 84.452712 Standardabweichung = 4.259646

Quantile der Ueberlebensdauer	Stand.abwg.	95% Vertrauensintervall
75%	= 92.00	nicht berechenbar
50% (Median)	= nicht berechenbar	nicht berechenbar
25%	= nicht berechenbar	nicht berechenbar

In der **4. Spalte** steht der Anteil der Personen, die nach dem jeweiligen Zeitpunkt noch verbleiben - gemessen an denjenigen, die zum Beginn dieses Zeitpunkts noch vorhanden waren.

Betrachten wir den 4. Wert von oben 0.9375. Er entsteht aus

$$\frac{15}{16} = 0.9375$$

Vor dem 82. Tag waren noch 16 Personen am Leben; nach dem 82. Tag waren es nur noch 15. Man könnte auch so formulieren: Wenn man im Intervall vom 51. Tag bis 1 Tag vor dem 82. Tag, also dem 81. Tag, noch lebt, dann ist die Wahrscheinlichkeit den 82. Tag zu überleben = 0.9357 (=93,75%).

In **Spalte 5** der Tabelle steht die Kaplan-Meier-Überlebensfunktion. Sie entsteht aus der Multiplikation der Werte der 4. Spalte. Betrachten wir als Beispiel den 4. Wert von oben 0.801091. Er entsteht aus

$$0.9524 * 0.9500 * 0.9444 * 0.9375 = 0.801091.$$

Wir bezeichnen deswegen die Werte der Kaplan-Meier Überlebensfunktion als "kumulierte Wahrscheinlichkeiten". Der Wert von 0.801091 ist inhaltlich nicht sehr anschaulich erklärt, wenn wir sagen " dies ist die kumulative Überlebenswahrscheinlichkeit". Wir können ungefähr in folgender Weise interpretieren:

Dies ist der Anteil der Personen, die den 82. Tag überleben - wobei die zensierten Fälle in einer spezifischen Weise berücksichtigt werden. Wir könnten auch formulieren: Gesehen vom Zeitpunkt 0 aus, ist die Wahrscheinlichkeit den 82. Tag zu überleben = 0.801091 - wobei die zensierten Fälle in einer spezifischen Weise berücksichtigt werden. Diese Formulierungen gelten nicht nur ungefähr sondern exakt, wenn keine zensierten Fälle auftreten (siehe nachfolgende Erläuterung zu Spalte 8).

Die Formel für den Kaplan-Meier-Schätzer der Überlebenswahrscheinlichkeit lautet:

$$(1) \quad p_i = \prod_{j=1}^i \left(1 - \frac{d_j}{n_j}\right)$$

$i$  läuft von 1 bis  $k$

$i$  = der Index  $i$  bezeichnet den jeweiligen Zeitpunkt, zu dem jemand "gestorben" ist.

$k$  = Zahl der Zeitpunkte zu dem eine oder auch gleich mehrere Personen gestorben sind.  
In unserem Beispiel ist  $k=5$ .

$d_j$  = Zahl der "Toten" zum Zeitpunkt  $j$ .

$n_j$  = Risikomenge zum Zeitpunkt  $j$ ; das ist die Zahl der noch Lebenden zum Zeitpunkt  $j-1$ .

Beachte: Die Produktbildung in obiger Gleichung 1 läuft nur über die "Toten".

Beispiel: Zum Zeitpunkt  $i=1$  ist  $n_j=21$  und  $d_j=1$ . Es entsteht  $p_1 = (1-1/21) = 0.952381$ . Zum Zeitpunkt  $i=2$  ist für  $j=2$   $n_j=20$  und  $d_j=1$ . Es entsteht  $p_2 = 0.952381*(1-1/20)=0.904762$ .

In **Spalte 6** sind die jeweiligen Standardfehler der Kaplan-Meier-Überlebens-Funktion enthalten. Der 4. Wert von oben 0.089375 bedeutet, daß der Kaplan-Meier-Schätzer der Überlebenswahrscheinlichkeit für den 82. Tag von 0.801091 eine Standardabweichung von 0.089375 besitzt. Daraus läßt sich ein Vertrauensintervall mit einem Konfidenzniveau von 95.5 % ( $t=2$ ) errechnen:

$$0.801091 \pm 2 * 0.089375$$

dabei ist der Wertebereich auf 0 bis 1.0 zu beschränken.

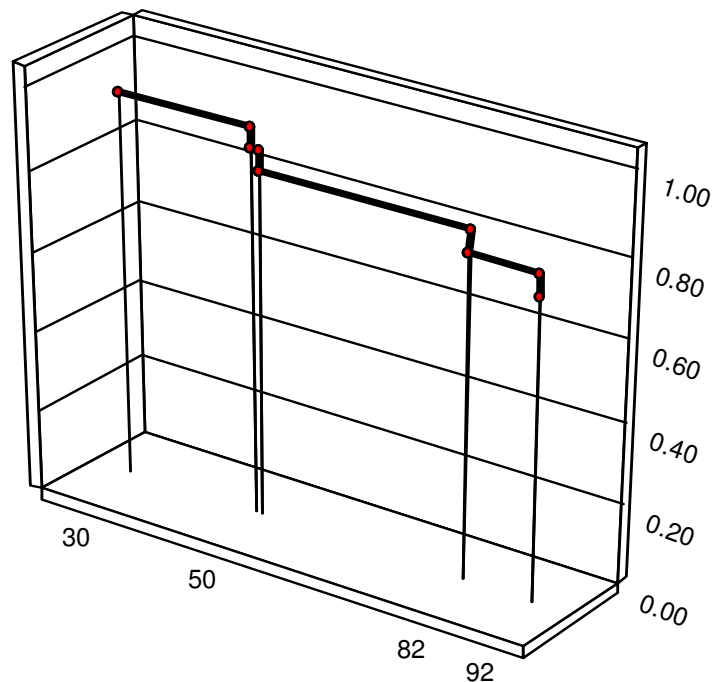
Wenn wir die Werte in Spalte 6 von oben nach unten vergleichen, dann erkennen wir, daß mit kleiner werdenden Zahlen von Personen, die noch verbleiben (Spalte 3) die Standardfehler (in Spalte 6) größer werden.

Der Standardfehler wird in Almo nach der Formel von Greenwood berechnet (siehe hierzu etwa Altmann, 1991, S. 379).

$$(2) \quad SE(p_i) = p_i * \sqrt{\sum_{j=1}^i \left[ \frac{d_j}{n_j(n_j - d_j)} \right]}$$

Wir wollen die Kaplan-Meier-Funktion jetzt noch graphisch darstellen:

## Kaplan-Meier Ueberlebensfunktion



Die Überlebensfunktion ist eine Treppenfunktion. Die Wahrscheinlichkeit zu überleben bleibt solange konstant auf derselben Höhe - auch wenn ein zensierter Fall dazwischen liegt, bis wieder ein "Todesfall" eintritt. In obiger Graphik fehlt der vordere und hintere Teil. Vom 0. bis zum 30. Tag ist die Überlebenswahrscheinlichkeit 1.0. Vom 92. bis zum 120. Tag bleibt die Überlebenswahrscheinlichkeit auf dem Niveau des 92. Tags. In der Almo-Graphik haben wir diese beiden Kurvenenden weggelassen, weil die Dauer vom Beobachtungsbeginn (dem 0. Tag) bis zum Tag des 1. Ereignisses sehr lang sein kann und damit dieser eigentlich uninteressante Kurvenabschnitt sehr breit sein kann. Ebenso kann die Dauer vom letzten Ereignis bis zum Beobachtungsende (dem 120. Tag) sehr lang sein.

Wenn Sie das vordere Kurvenende doch sehen wollen, dann öffnen Sie die Optionsbox "Grafik-Optionen" und setzen im 2. Eingabefeld eine "1" ein:

In **Spalte 7** der Ergebnistabelle ist die kumulierte Zahl der "Toten" enthalten.

In **Spalte 8** ist die "einfache Wahrscheinlichkeit zu überleben" enthalten. Wir verwenden das Adjektiv "einfach", weil die zensierten Untersuchungseinheiten im Unterschied zur Kaplan-Meier-Überlebensfunktion nicht spezifisch behandelt werden. Sie werden als Überlebende betrachtet. Die Formel nach der die Werte in Spalte 8 berechnet werden, ist:

$$(3) p_i^* = \frac{n - T_i}{n}$$

$p_i^*$  = einfache Überlebenswahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt  $i$   
 $n$  = Gesamtzahl der Untersuchungseinheiten  
 $T_i$  = bis zum Zeitpunkt  $i$  kumulierte Zahl der "Toten".

Die "einfache Überlebenswahrscheinlichkeit" ist also gleich dem Anteil der zum Zeitpunkt  $i$  noch Lebenden an der Gesamtzahl der Untersuchungseinheiten, wobei zensierte Untersuchungseinheiten als "noch lebend" betrachtet werden.

Nun gilt folgendes: Wenn keine zensierten Beobachtungen auftreten, dann sind die "einfache Überlebenswahrscheinlichkeit" und die Kaplan-Meier-Überlebenswahrscheinlichkeit gleich.

Wir erkennen, daß die Kaplan-Meier-Überlebensfunktion eine spezifische Form der "einfachen Überlebensfunktion" ist. Ihre Besonderheit besteht darin, daß sie in einer spezifischen Form die zensierten Untersuchungseinheiten berücksichtigt.

#### **Validierung der Almo-Ergebnisse:**

Die Kaplan-Meier-Überlebensfunktion und ihre Standardabweichung stimmen - für verschiedene Beispiele gerechnet - bei Almo, SPSS, SAS und Statistica voll überein.

### ***P40.4 Mittelwert der Überlebensdauer***

Almo ermittelt die mittlere Überlebensdauer. In unserem Beispiel beträgt sie 105.387897 min. Almo verwendet folgende Formel (siehe dazu Blossfeld u.a., 1986, S. 45)

$$(4) M = \sum_{i=0}^{k-1} p_i(t_{i+1} - t_i)$$

$i$  = der Index  $i$  bezeichnet den jeweiligen Zeitpunkt zu dem jemand gestorben ist.

$k$  = Zahl der Zeitpunkte zu denen ein oder gleich mehrere "Todesfälle" auftreten. Das sind in obiger Tabelle der Kaplan-Meier-Überlebensfunktion diejenigen Zeitpunkte, zu denen die Kaplan-Meier-Überlebenswahrscheinlichkeit ausgegeben wurde. In unserem Beispiel ist  $k=5$ .

$p_i$  = Kaplan-Meier-Schätzer der Überlebenswahrscheinlichkeit der Gestorbenen zum Zeitpunkt  $i$ .

$t_i$  = Überlebenszeit der Gestorbenen zum Zeitpunkt  $i$ .

Beachte: die Summierung bezieht nur die "Toten" ein. Die zensierten Fälle werden übersprungen.

Diese Formel unterschätzt die mittlere Überlebensdauer, wenn zum letzten Zeitpunkt (in unserem Beispiel ist dies 120 min) niemand gestorben ist, wenn also die letzte Person zensiert ist - wie dies in unserem Beispiel der Fall ist.

Tritt dieser Fall auf, dann wird der Zeitraum zwischen letztem Gestorbenen und letztem Zensierten in die Berechnung miteinbezogen. Die Formel lautet dann:

$$(5) M = \sum_{i=0}^{k-1} p_i (t_{i+1} - t_i) + p_k (t_z - t_k)$$

$p_k$  = Überlebenswahrscheinlichkeit des letzten Gestorbenen (in unserem Beispiel = 0.747685).

$t_k$  = Überlebenszeit des letzten Gestorbenen (in unserem Beispiel = 92).

$t_z$  = Überlebenszeit des letzten Zensierten (in unserem Beispiel = 120).

Würden wir in unserem Beispiel die mittlere Überlebensdauer nach Formel 4 berechnen, entstünde = 84.452712. Die Überlebensdauer würde also drastisch unterschätzt.

Almo berechnet zur mittleren Überlebensdauer, berechnet nach Gleichung 4, noch die Standardabweichung nach der Formel

$$(6) \text{Var}(M_4) = \frac{T}{T-1} \sum_{i=1}^{k-1} \frac{A_i^2 \cdot d_i}{n_i \cdot s_i}$$

Die Standardabweichung ist die Wurzel aus  $\text{Var}(M_4)$ .

$\text{Var}(M_4)$  = Varianz des Mittelwert  $s$ , berechnet nach Gleichung 4.

$i$  = definiert wie oben bei Gleichung 4

$k$  = definiert wie oben bei Gleichung 4

$T$  = Gesamtzahl der "Toten". In unserem Beispiel ist  $T=5$ .

$d_i$  = definiert wie bei Gleichung 1

$n_i$  = definiert wie bei Gleichung 1

$s_i = n_i - d_i$

$$(6a) A_i = \sum_{j=i}^{k-1} p_j (t_{j+1} - t_j)$$

$p_j$  = definiert wie bei Gleichung 1.

Ist die letzte Person zensiert und wird die mittlere Überlebensdauer nach Gleichung 5 berechnet, dann wird in die Berechnung der Standardabweichung der Zeitraum vom letzten "Toten" bis zum letzten "Zensierten" miteinbezogen. Die Formel lautet dann (siehe Lawless 1982, S. 98)

$$(7) \text{Var}(M_5) = \sum_{i=1}^k \frac{A_i^2 \cdot d_i}{n_i \cdot s_i}$$

Beachte:  $i$  läuft hier bis  $k$ .

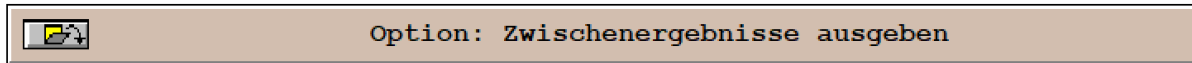
$$(7a) A_i = \sum_{j=i}^{k-1} p_j (t_{j+1} - t_j) + p_k (t_z - t_k)$$

$p_k, t_z, t_k$  sind bei Gleichung 5 definiert.

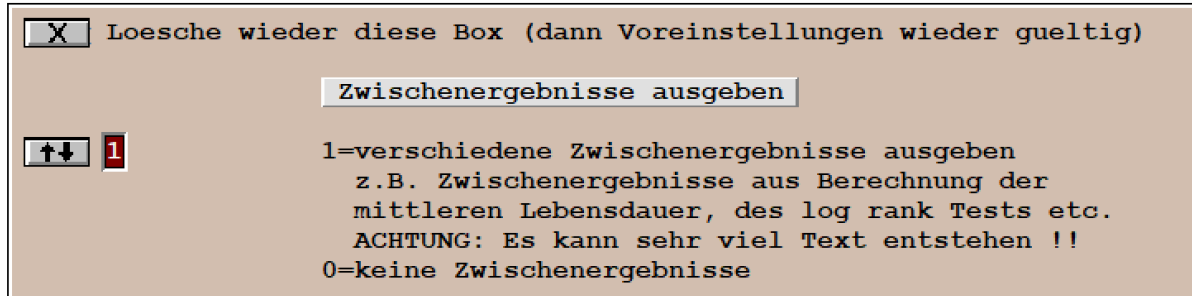
$\text{Var}(M_5)$  = Varianz des Mittelwerts, berechnet nach Gleichung 5.

## P40.5 Ausgabe von Zwischenergebnissen

Wird in der Programm-Maske die Optionsbox "Zwischenergebnisse ausgeben" geöffnet



dann sieht man folgendes:



Wird "1" eingesetzt, dann werden verschiedene Zwischenergebnisse aus der Berechnung des Mittelwerts und der Standardabweichung ausgegeben. Dabei wird die Notation verwendet, mit der wir hier die Formeln geschrieben haben. Für unser Beispiel aus Altman gibt Almo aus

```

----- Zwischenergebnisse: Berechnung des Mittelwerts -----
  p      t+1  t
  ---  ---  ---
1.0000*( 30-  0) = 30.0000
0.9524*( 50- 30) = 19.0476
0.9048*( 51- 50) =  0.9048
0.8545*( 82- 51) = 26.4894
0.8011*( 92- 82) =  8.0109
-----
                        84.4527  (=Mittelwert ohne letztes zensiertes Objekt)
  p(k)  t(z)  t(k)
  ---  ---  ---
0.7477*(120- 92) = 20.9352
-----
                        105.3879
-----Berrechnung des Mittelwerts: Ende -----

Mittelwert der Ueberlebensdauer          = 105.387897

----- Zwischenergebnisse: Berechnung der Standardabweichung -----
      Bilden der Summe A = p*( t(+1) - t )

0.9524*(50-30) + 0.9048*(51-50) + 0.8545*(82-51) + 0.8011*(92-82) +
0.7477*(120-92)  <----- p(k) *( t(z) - t(k) )
A=75.3879 d=1 n=21 s=20

0.9048*(51-50) + 0.8545*(82-51) + 0.8011*(92-82) +
0.7477*(120-92)  <----- p(k) *( t(z) - t(k) )
A=56.3403 d=1 n=20 s=19

0.8545*(82-51) + 0.8011*(92-82) +
0.7477*(120-92)  <----- p(k) *( t(z) - t(k) )
A=55.4355 d=1 n=18 s=17

0.8011*(92-82) +
0.7477*(120-92)  <----- p(k) *( t(z) - t(k) )
A=28.9461 d=1 n=16 s=15 +

0.7477*(120-92)  <----- p(k) *( t(z) - t(k) )
A=20.9352 d=1 n=15 s=14

----- Berechnung der Standardabweichung: Ende -----

```

Standardabweichung = 6.124213  
95% Vertrauensintervall fuer Mittelwert = 93.384439 - 117.391355

--Mittelwert wuerde unterschaezt werden, da letzte Untersuchungseinheit  
--zensiert ist. Deswegen wurde der Zeitraum bis zu dieser in den Kalkuel  
--des Mittelwerts und der Standardabweichung miteinbezogen (Handbuch, P40)  
--unterschaetzter Mittelwert = 84.452712 Standardabweichung = 4.259646

## **P40.6 Median und Quantile**

Almo gibt zusätzlich zum Mittelwert noch die Quantile für die 75 %ige, 50 %ige und 25 %ige Überlebenswahrscheinlichkeit aus; sowie deren Standardabweichung und 95 %-Vertrauensintervall

Mittelwert der Ueberlebensdauer = 105.387897  
Standardabweichung = 6.124213  
95% Vertrauensintervall fuer Mittelwert = 93.384439 - 117.391355

--Mittelwert wuerde unterschaezt werden, da letzte Untersuchungseinheit  
--zensiert ist. Deswegen wurde der Zeitraum bis zu dieser in den Kalkuel  
--des Mittelwerts und der Standardabweichung miteinbezogen (Handbuch, P40)  
--unterschaetzter Mittelwert = 84.452712 Standardabweichung = 4.259646

Quantile der Ueberlebensdauer	Stand.abwg.	95% Vertrauensintervall
75% = 92.00	nicht berechenbar	nicht berechenbar
50% (Median) = nicht berechenbar	nicht berechenbar	nicht berechenbar
25% = nicht berechenbar	nicht berechenbar	nicht berechenbar

### **Validierung der Almo-Ergebnisse:**

SPSS und Almo verwenden für Mittelwert und Standardabweichung dieselben Formeln. Die Ergebnisse aus verschiedenen Beispielen stimmen überein (SPSS gibt nur 2 Kommastellen aus), SAS verwendet die Formeln 4 und 6. Im Falle, daß die letzte Person ein "Toter" ist, stimmen (für verschiedene Beispiele gerechnet) die Ergebnisse exakt überein. Statistica gibt keine Mittelwerte und Standardabweichungen aus.

Der Vergleich mit den genannten anderen Statistiksystemen gilt ab deren Version von 1995 und später. Bei jeweils aktuellen Versionen können Änderungen vorgenommen worden sein.

## **P40.7 Vergleich von Gruppen**

Ist die Überlebensfunktion von Männern und Frauen, die an Leberkrebs erkrankt sind verschieden? Sind die Überlebensfunktionen von Krebskranken, die 3 verschiedenen Therapien unterzogen werden, verschieden?

Hier geht es also darum zu untersuchen, ob sich die Kaplan-Meier-Überlebensfunktion mehrerer Gruppen signifikant unterscheiden.

### **P40.7.1 Die Programm-Maske Prog40m3**

Klicken Sie im Almo-Fenster auf den Knopf VERFAHREN. Es erscheint eine Übersicht über alle in Almo enthaltene Verfahren. Siehe dazu P0 und P39.2.1. Klicken Sie auf "Survival". Almo präsentiert Ihnen dann eine Liste der Maskenprogramme zum Thema "Survival". Laden Sie Prog40m3. Dieses Maskenprogramm ist identisch mit dem in Abschnitt P40.2.1 abgebildeten Prog40m1. Es kommt lediglich die Box für die Gruppierungs-Variable hinzu.

## Box „Gruppierungsvariable“



Hier ist nicht nur 1 Variable als Gruppierungsvariable eingesetzt, sondern 2 Variable. Sie werden miteinander kombiniert. D.h. es werden alle Kombinationen aus den Ausprägungen der beiden Variablen gebildet. Jede Kombination ist eine eigene Gruppe. Ob das sinnvoll ist, muss der Benutzer entscheiden.

Im folgenden zeigen wir eine Analyse mit nur einer Gruppierungsvariablen. Das Programm liegt als Maskenprogramm unter dem Namen **KaplMei.Alm** vor. Es ist zu finden durch Klick auf den Knopf "alle Progs". Als Gruppierungsvariable wurde die Behandlungsart eingesetzt, mit der die Patienten therapiert wurden.



## P40.7.3 Almo-Ausgabe zum Gruppenvergleich

### Almo liefert folgende Ergebnisse

Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable

Gruppierungsvariable: V3 Behandlung  
Zeitvariable: V1 Ueberlebensdauer  
Ereignisvariable: V2 Ereignis

Zahl der eingelesenen Untersuchungseinheiten: 30

Erlaeuterung zu Spalte 2 der nachfolgenden Tabelle:  
Code: 0.00 = Ereignis eingetreten (z.B. gestorben)  
1.00 = Untersuchungseinheit zensiert  
(z.B. ueberlebt oder ausgeschieden)  
zusaetzlich durch einen Stern markiert

Erlaeuterung zu Spalte 3:  
Dies ist die Zahl der Untersuchungseinheiten, die  
nach dem jeweiligen Zeitpunkt noch vorhanden sind

Erlaeuterung zu Spalte 4:  
Dies ist der Anteil der Untersuchungseinheiten,  
die nach dem jeweiligen Zeitpunkt noch verbleiben  
- gemessen an denjenigen, die zum Beginn dieses  
Zeitpunkts noch vorhanden waren

Erlaeuterung zu Spalte 5:  
Dies ist der Kaplan-Meier-Schaetzer der Ueber-  
lebensfunktion. Die Werte entstehen durch Multi-  
plikation der Werte aus Spalte 4

Erlaeuterung zu Spalte 6:

Dies ist der Standardfehler der Kaplan-Meier-Ueberlebensfunktion

Erlaeuterung zu Spalte 7:

Dies sind die kumulierten Untersuchungseinheiten, die das Ereignis erfahren haben (z.B. gestorben sind)

Erlaeuterung zu Spalte 8:

Dies ist die einfache Wahrscheinlichkeit zum jeweiligen Zeitpunkt i noch zu leben. Entsteht aus Gesamtzahl der Untersuchungseinheiten minus den "Toten" (aus Spalte 7) dividiert durch die Gesamtzahl  
Beachte: Zensierte Untersuchungseinheiten werden als Ueberlebende betrachtet

Gruppe 1: V3 Behandlung: 1 TherapieA

-----

1	2	3	4	5	6	7	8
Zeit	Ereignis Code	nach dieser Zeit noch vorhanden	Anteil derer, die noch vorhanden	Kaplan-Meier-Ueberleb.fkt. = kumulierte Whrscheinlkt zu ueberleben	Stand.fehler der Kaplan-Meier Ueberleb.fkt	Tote kumuliert	einf. Whkeit zu ueberleben
1.00	1.00*	8					
2.00	0.00	7	0.8750	0.875000	0.116927	1	0.8889
5.00	0.00	6	0.8571	0.750000	0.153093	2	0.7778
8.00	0.00	5	0.8333	0.625000	0.171163	3	0.6667
12.00	0.00	4	0.8000	0.500000	0.176777	4	0.5556
18.00	0.00	3	0.7500	0.375000	0.171163	5	0.4444
20.00	0.00	2	0.6667	0.250000	0.153093	6	0.3333
35.00	0.00	1	0.5000	0.125000	0.116927	7	0.2222
43.00	0.00	0	0.0000	0.000000	0.000000	8	0.1111

Mittelwert der Ueberlebensdauer = 17.875000  
Standardabweichung = 5.138918  
95% Vertauensintervall fuer Mittelwert = 7.802720 - 27.947280

Quantile der Ueberlebensdauer      Stand.abwg.      95% Vertauensintervall  
75% = 5.00      3.674235      0.000000 - 12.201500  
50% (Median) = 12.00      7.071068      0.000000 - 25.859293  
25% = 20.00      10.410331      0.000000 - 40.404250

Gruppe 2: V3 Behandlung: 2 TherapieB

-----

1	2	3	4	5	6	7	8
Zeit	Ereignis Code	nach dieser Zeit noch vorhanden	Anteil derer, die noch vorhanden	Kaplan-Meier-Ueberleb.fkt. = kumulierte Whrscheinlkt zu ueberleben	Stand.fehler der Kaplan-Meier Ueberleb.fkt	Tote kumuliert	einf. Whkeit zu ueberleben
2.00	0.00	8	0.8889	0.888889	0.104757	1	0.8889
10.00	0.00	7	0.8750	0.777778	0.138580	2	0.7778
12.00	0.00	6	0.8571	0.666667	0.157135	3	0.6667
12.00	1.00*	5					
12.00	1.00*	4					
35.00	0.00	3	0.7500	0.500000	0.186339	4	0.5556
43.00	0.00	2	0.6667	0.333333	0.184257	5	0.4444
72.00	0.00	1	0.5000	0.166667	0.149588	6	0.3333
72.00	1.00*	0					

Mittelwert der Ueberlebensdauer = 39.666667  
Standardabweichung = 10.249300  
95% Vertauensintervall fuer Mittelwert = 19.578039 - 59.755294

Quantile der Ueberlebensdauer      Stand.abwg.      95% Vertauensintervall  
75% = 12.00      7.071068      0.000000 - 25.859293  
50% (Median) = 35.00      17.329527      1.034127 - 68.965873

25% = 72.00 26.028297 20.984539 - 123.015461

Gruppe 3: V3 Behandlung: 3 TherapieC

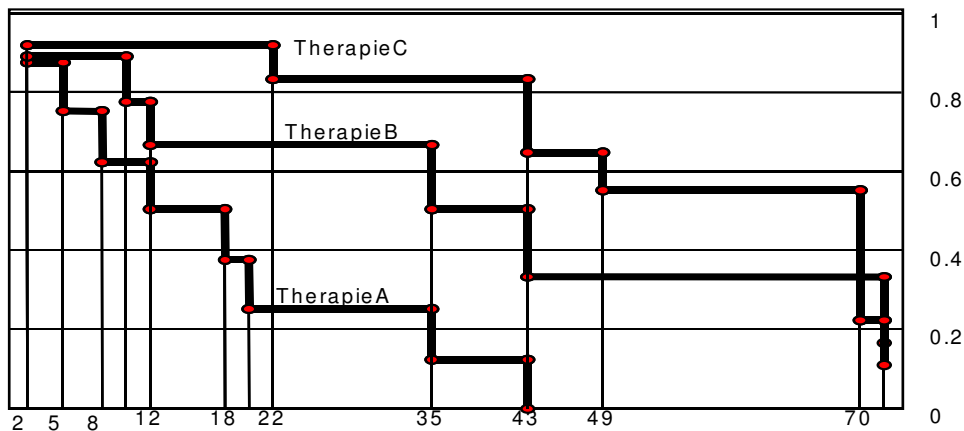
1	2	3	4	5	6	7	8
Zeit	Ereignis Code	nach dieser Zeit noch vorhanden	Anteil derer, die noch vorhanden	Kaplan-Meier-Ueberleb.fkt. = kumulierte Whrscheinlkt zu ueberleben	Stand.fehler der Kaplan-Meier Ueberleb.fkt	Tote kumuliert	einf. Whkeit zu ueberleben
2.00	0.00	11	0.9167	0.916667	0.079786	1	0.9167
22.00	0.00	10	0.9091	0.833333	0.107583	2	0.8333
40.00	1.00*	9					
43.00	0.00	8					
43.00	0.00	7	0.8750	0.648148	0.142611	4	0.6667
49.00	0.00	6	0.8571	0.555556	0.149301	5	0.5833
69.00	1.00*	5					
70.00	0.00	4					
70.00	0.00	3					
70.00	0.00	2	0.6667	0.222222	0.135578	8	0.3333
72.00	0.00	1	0.5000	0.111111	0.103770	9	0.2500
85.00	1.00*	0					

Mittelwert der Ueberlebensdauer = 55.277778  
 Standardabweichung = 6.982423  
 95% Vertrauensintervall fuer Mittelwert = 41.592228 - 68.963327

--Mittelwert wuerde unterschaezt werden, da letzte Untersuchungseinheit  
 --zensiert ist. Deswegen wurde der Zeitraum bis zu dieser in den Kalkuel  
 --des Mittelwerts und der Standardabweichung miteinbezogen (Handbuch, P40)  
 --unterschaezter Mittelwert = 53.833333 Standardabweichung = 6.893036

Quantile der Ueberlebensdauer Stand.abwg. 95% Vertrauensintervall  
 75% = 43.00 16.172121 11.302643 - 74.697357  
 50% (Median) = 70.00 8.541402 53.258851 - 86.741149  
 25% = 70.00 7.016152 56.248342 - 83.751658

Kaplan-Meier Ueberlebensfunktion



Ereignis eingetreten in Gruppe 1 = 8 mal  
 Ereignis eingetreten in Gruppe 2 = 6 mal  
 Ereignis eingetreten in Gruppe 3 = 9 mal

Pauschaler logrank-Test auf Verschiedenheit aller Gruppen

-----  
 Chi-Quadrat = 11.305264  
 df = 2  
 p = 0.004015  
 Signifikanz (1-p)100 der Verschiedenheit= 99.598498 %

Pauschaler Wilcoxon-(Breslow)-Test auf Verschiedenheit aller Gruppen

-----  
 Chi-Quadrat = 9.451918  
 df = 2  
 p = 0.009183  
 Signifikanz (1-p)100 der Verschiedenheit= 99.081746 %

Chi-Quadrat-Werte der paarweisen Vergleiche der Gruppen  
 aus logrank-Test

Oberer Wert ist Chi-Quadrat  
 darunter p  
 darunter die Signifikanz (1-p)\*100 der Verschiedenheit der Gruppen

Gruppe 1 = Behandlung:TherapieA  
 Gruppe 2 = Behandlung:TherapieB  
 Gruppe 3 = Behandlung:TherapieC

	Gruppe 1	Gruppe 2
Gruppe 2	2.965274 0.085210 91.478985%	
Gruppe 3	12.859612 0.000386 99.961401%	0.332505 0.564047 43.595262%

Chi-Quadrat-Werte der paarweisen Vergleiche der Gruppen  
 aus Wilcoxon- (Breslow-) Test

Oberer Wert ist Chi-Quadrat  
 darunter p  
 darunter die Signifikanz (1-p)\*100 der Verschiedenheit der Gruppen

Gruppe 1 = Behandlung:TherapieA  
 Gruppe 2 = Behandlung:TherapieB  
 Gruppe 3 = Behandlung:TherapieC

	Gruppe 1	Gruppe 2
Gruppe 2	1.744803 0.186688 81.331199%	
Gruppe 3	10.532901 0.001357 99.864293%	1.207561 0.271962 72.803787%

#### P40.7.4 Berechnung des log rank- und Wilcoxon-Tests

In Almo werden folgende Formeln verwendet (siehe Kalbfleisch/Prentice, 1980, Kap1.4)

$$(8) \text{ Chi-Quadrat} = \mathbf{v}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{v}$$

mit Freiheitsgrade  $df = g-1$ , dabei ist  $\mathbf{v}$  ein Vektor, der aus  $g-1$  Elementen besteht, wobei diese in folgender Weise gebildet werden:

$$(9) v_j = \sum_{i=1}^k w_i \cdot (d_{ij} - e_{ij})$$

wobei

$$(10) e_{ij} = \frac{n_{ij} d_i}{n_i}$$

$w_i$  = ist beim log rank-Test = 1 und beim Wilcoxon-Test =  $n_i$

$k$  = definiert wie bei Gleichung 4.

$g$  = Zahl der Gruppen

$i$  = Zeitpunkt  $i$ , definiert wie bei (4)

$j$  = der Index  $j$  läuft über die Gruppen von 1 bis  $g-1$

$d_{ij}$  = Zahl der Gestorbenen in Gruppe  $j$  zum Zeitpunkt  $i$

$d_i$  = Zahl aller Gestorbenen aus allen Gruppen zum Zeitpunkt  $i$

$n_{ij}$  = Risikomenge in Gruppe  $j$  zum Zeitpunkt  $i$ ; das ist die Zahl der zum Zeitpunkt  $i-1$  in Gruppe  $j$  noch Lebenden

$n_i$  = gesamte Risikomenge aller Gruppen zum Zeitpunkt  $i$ . Siehe auch Gleichung 1.

$e_{ij}$  ist der Erwartungswert der Toten (in Gruppe  $j$  zum Zeitpunkt  $i$ ). Die Elemente des Vektors  $\mathbf{v}$  sind also die Differenz der beobachteten Toten minus den erwarteten. Dies gilt für den log rank Test, bei dem  $w_i=1$  ist.

Die einzelnen Elemente der Matrix  $\mathbf{V}$  in Gleichung 8 werden nach folgender Formel gebildet:

$$(11a) V_{jj} = \sum_{i=1}^k \frac{w_i^2}{n_i^2} \frac{(n_i n_{ij} - n_{ij}^2) d_i s_i}{(n_i - 1)}$$

die Außerdiagonalelemente  $jm$

$$(11b) V_{jm} = \sum_{i=1}^k \frac{-w_i^2}{n_i^2} \frac{n_{ij} n_{im} d_i s_i}{(n_i - 1)}$$

$m$  = der Index  $m$  läuft wie  $j$  über die Gruppen von 1 bis  $g-1$ .

$s_i = n_i - d_i$

Bei nur 2 Gruppen vereinfacht sich beim log rank Test Gleichung 8 auf

$$(12) \text{ Chi-Quadrat} = \frac{(D_1 - E_1)^2}{V_1}$$

wobei

$D_1$  = Summe der Toten in Gruppe 1

$E_1$  = erwartete Tote in Gruppe 1

$V_1$  = Varianz

$$(12a) \quad D_1 = \sum_{i=1}^k d_{i1}$$

$$(12b) \quad E_1 = \sum_{i=1}^k \frac{n_{i1} \cdot d_i}{n_i}$$

$$(12c) \quad V_1 = \sum_{i=1}^k \frac{n_{i1} \cdot n_{i2} \cdot d_i \cdot s_i}{n_i^2 (n_i - 1)}$$

Siehe dazu Altman, 1991, S. 380.

Sind mehr als 2 Gruppen vorhanden, dann rechnet Almo noch zusätzlich den log-rank- und Wilcoxon-Test für jedes Gruppenpaar, wobei die jeweils anderen Gruppen negiert werden. Hier kann der Benutzer die von Almo ausgegebenen p-Werte mit  $g(g-1)/2$  multiplizieren und damit die Bonferroni-Korrektur der Signifikanz von paarweisen Vergleichstests durchführen.

#### **Validierung der Almo-Ergebnisse aus log rank- und Wilcoxon-Test.**

Eine Vielzahl von Beispielen, die mit Almo, SAS und SPSS gerechnet wurden, erbrachten exakt dieselben Ergebnisse.

#### *P40.7.4.1 Ausgabe von Zwischenergebnissen aus Berechnung des log rank-Test*

Wurde „Zwischergeb=1;“ gesetzt, dann werden folgende Zwischenergebnisse zusätzlich ausgegeben.

----- Zwischenergebnisse -----  
 Daten fuer log rank- und Wilcoxon-Test (sortiert)

Zeit	noch da danach	Gestorben (Zahl)	Gruppe
1.00	8	0*	1
2.00	11	1	3
2.00	8	1	2
2.00	7	1	1
5.00	6	1	1
8.00	5	1	1
10.00	7	1	2
12.00	6	1	2
12.00	4	1	1
12.00	5	0*	2
12.00	4	0*	2
18.00	3	1	1
20.00	2	1	1
22.00	10	1	3
35.00	3	1	2
35.00	1	1	1
40.00	9	0*	3
43.00	7	2	3

```

43.00      2      1      2
43.00      0      1      1
49.00      6      1      3
69.00      5      0*     3
70.00      2      3      3
72.00      1      1      2
72.00      1      1      3
72.00      0      0*     2
85.00      0      0*     3

```

----- Ende Daten (sortiert) -----

Zeichenerklaerung fuer nachfolgende Tabelle

```

n1, n2 = Risikomenge zu Beginn der Zeit i in Gruppe 1, in Gruppe 2 etc.
n       = Gesamtzahl der Risikomengen n1+n2+...
d1, d2 = Zahl der "Toten" in Gruppe 1, in Gruppe 2 etc.
d       = Gesamtzahl der "Toten"
e1, e2 = Erwartungswert fuer Gruppe 1, fuer Gruppe 2 etc.

```

Tabelle zur Berechnung des pauschalen logrank-/Wilcoxon-Tests fuer alle Gruppen

```

-----
Zeit n1  n2  n3   n  d1  d2  d3  d  e1    e2    e3
  1   8   9  12  29  0   0   0  0  0.0000  0.0000  0.0000
  2   8   9  12  29  1   1   1  3  0.8276  0.9310  1.2414
  5   7   8  11  26  1   0   0  1  0.2692  0.3077  0.4231
  8   6   8  11  25  1   0   0  1  0.2400  0.3200  0.4400
 10   5   8  11  24  0   1   0  1  0.2083  0.3333  0.4583
 12   5   7  11  23  1   1   0  2  0.4348  0.6087  0.9565
 12   4   4  11  19  0   0   0  0  0.0000  0.0000  0.0000
 18   4   4  11  19  1   0   0  1  0.2105  0.2105  0.5789
 20   3   4  11  18  1   0   0  1  0.1667  0.2222  0.6111
 22   2   4  11  17  0   0   1  1  0.1176  0.2353  0.6471
 35   2   4  10  16  1   1   0  2  0.2500  0.5000  1.2500
 40   1   3   9  13  0   0   0  0  0.0000  0.0000  0.0000
 43   1   3   9  13  1   1   2  4  0.3077  0.9231  2.7692
 49   0   2   7   9  0   0   1  1  0.0000  0.2222  0.7778
 69   0   2   5   7  0   0   0  0  0.0000  0.0000  0.0000
 70   0   2   5   7  0   0   3  3  0.0000  0.8571  2.1429
 72   0   2   2   4  0   1   1  2  0.0000  1.0000  1.0000
 72   0   0   1   1  0   0   0  0  0.0000  0.0000  0.0000
 85   0   0   0   0  0   0   0  0  0.0000  0.0000  0.0000

```

Varianz-Kovarianzmatrix V (ohne letzte Zeile/Spalte) fuer log rank Test

```

 2.2514  -0.8145
-0.8145   3.9691

```

Vektor v von beobachteten minus erwarteten Toten (ohne letzte Zeile) fuer log rank Test

```

 4.9675
-0.6712

```

## **P40.8 Der Kein-Wert-Fall**

Wenn ein Datensatz

- a. in der Zeitvariablen
- b. und/oder in der Ereignisvariablen
- c. und/oder in einer der Gruppierungsvariablen

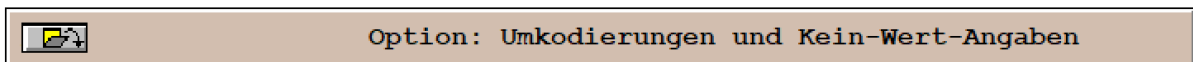
den Wert KEIN\_WERT besitzt, dann wird der gesamte Datensatz aus der Analyse ausgeschlossen.

## P40.9 Ausschluß von Untersuchungseinheiten

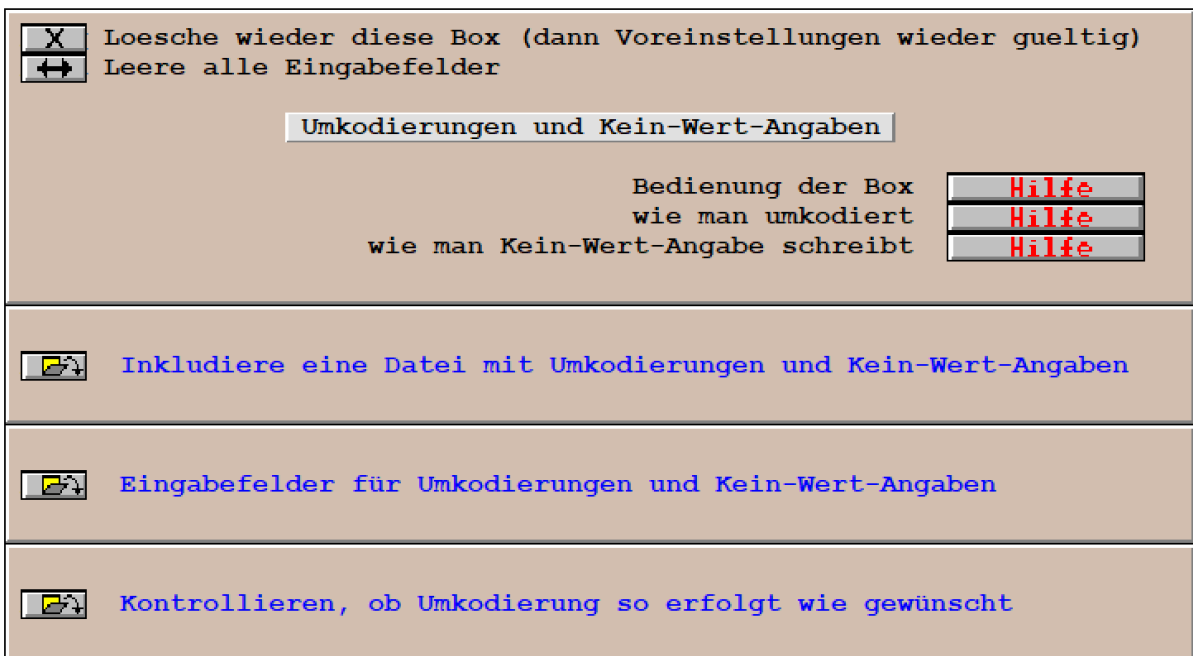
Wenn Sie bestimmte Datensätze ausschließen wollen, dann gehen Sie folgendermaßen vor:

1. Sie wollen z.B. bestimmte Zensurierungen nicht berücksichtigen. Bei einer Studie über die Überlebensdauer nach Herztransplantationen kann es z.B. geschehen, daß einige Patienten durch einen Verkehrsunfall zu Tode kommen. Dies kann selbstverständlich nicht als Ereignis "tot" (mit Code=0) interpretiert werden, eher als das Ereignis "zensiert" (mit Code=1). Möglich ist es nun jedoch, dieses Ereignis mit 2 zu kodieren und diese 2 als Kein\_Wert zu definieren - wodurch dieser Patient aus der Analyse ausgeschlossen wird.

Öffnen Sie in diesem Fall die Optionsbox "Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben"



Man sieht folgendes



Man öffnet nun die mittlere Sub-Box

X Loesche wieder diese Sub-Box (Voreinstellungen wieder gueltig)

Eingabefelder für Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben

**V2 (2=KeinWert)**

erzeuge zusätzliche Felder für Umkodierungen / Kein\_Wert-Angaben

obige Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben in eine Datei speichern

0 = Datei mit diesem Namen **neu anlegen**  
obige Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben darin speichern  
1 = Datei mit diesem Namen **besteht schon**  
Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben hinten anfügen

In das Eingabefeld wird die Kein-Wert-Anweisung geschrieben

```
V2 (2=Kein_Wert)
```

(V2 sei die Ereignisvariable). Almo schließt diesen Datensatz dann aus. Das Wort "Kein Wert" ist ein Almo-Schlüsselwort. Es muss als *ein* Wort geschrieben sein. Möglich sind z.B. `KeinWert` oder `Kein_Wert`. Der Unterstrich darf in Almo an beliebiger Stelle stehen. Er verbindet zwei Worte zu einem.

2. Wenn z.B. ein Patient kurz nach der Herztransplantation stirbt, so kann dies eine Folge des operativen Eingriffs und nicht spezifisch für die Transplantation sein. Sie können z.B. alle Fälle ausschließen wollen, bei denen es vor dem 4. Tag zum Tode oder einer Zensierung kommt. Schreiben Sie, wie oben beschrieben, in die Umkodierungs-Box

```
V1 (0 bis 4 = KeinWert).
```

(V1 sei die Zeitvariable). Almo schließt dann diesen Datensatz aus.

3. Die Patienten wurden nach dem Gruppierungsmerkmal "allgemeiner Gesundheitszustand" in folgende 3 Gruppen eingeteilt: gut, mittel, schlecht. Sie wollen nun die Patienten mit schlechtem Gesundheitszustand ausschließen. Schreiben Sie, wie oben beschrieben, in die Umkodierungs-Box

```
V3 (3=KeinWert).
```

(V3 sei die Gruppierungsvariable, 3 sei die Ausprägung "schlecht"). Almo schließt diesen Datensatz aus.

Den gleichen Effekt, den Ausschluß des Datensatzes, erreichen Sie durch folgende Anweisung in der Umkodierungsbox.

```
Wenn V1 (0 bis 4=Kein_Wert) gleich KeinWert  
oder V2 gleich 2  
oder V3 gleich 3  
Dann gehezu Lese  
Ende_Wenn
```

## **Literatur:**

- Altman, Douglas G.: Practical statistics for medical research, Chapman and Hall, London, 1991
- Blossfeld, H.-P. / Hamerle A. / Mayer, K.U.: Ereignisanalyse, Campus, Frankfurt, 1986
- Diekmann, A. / Mitter P.: Methoden zur Analyse von Zeitverläufen, Teubner, Stuttgart, 1984
- Kalbfleisch J.D./Prentice R.L.: The stastical analysis of failure time data, Wiley N.Y., 1980
- Lawless, J.F.: Statistical models and methods for lifetime data, Wiley, New York, 1982.

# P41 Cox-Regression

Die Cox-Regression wurde von Heinrich Potuschak programmiert. Die Anpassung an das Almo-System, die Grafik und die Programm-Masken, sowie die Übertragung in die Programmiersprache C wurde von Kurt Holm vorgenommen der auch diesen Text verfaßt hat. Joachim Gerich hat jene Programmteile an das Almo-System angepaßt, die es ermöglichen zeitabhängige Variable einzuführen.

Betrachten wir folgendes Beispiel:

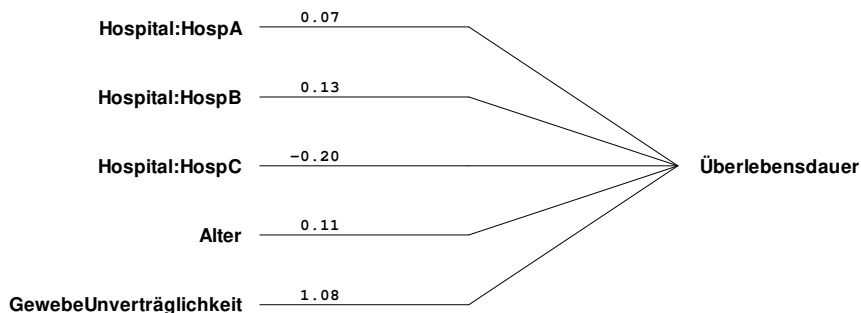
Es soll die Frage untersucht werden: Warum ist die Überlebensdauer nach einer Herztransplantation unterschiedlich ?

Als Ursachen der Überlebensdauer werden folgende Variable in das Modell eingeführt:

1. nominale unabhängige Variable: Hospital (in dem die Transplantation stattfand)
2. quantitative unabhängige Variable: Alter, GewebeUnverträglichkeit

Es wird also folgendes Modell gerechnet:

## Regressionskoeffizienten



Wir haben auf die Linien dieses Flußdiagramms gleich die Regressionskoeffizienten geschrieben, die die Cox-Regression liefert.

## P41.0 Überblick

Das Modell der Cox-Regression ist folgendes

$$(1) S_t = (B_t)^p$$

Häufig wird auch folgende Notation verwendet

$$(1a) S(t) = (S_0(t))^p$$

wobei

$$(2) p = e^{(b_1 \times 1 + b_2 \times 2 + \dots + b_m \times m)}$$

oder mathematisch äquivalent

$$(2a) p = e^{b_1 \times x_1} * e^{b_2 \times x_2} * \dots * e^{b_m \times x_m}$$

### Notation

$S_t, S(t)$  = Survivalfunktion, Überlebensfunktion

Sie variiert mit der Zeit  $t$

Sie gibt die (kumulative) Überlebenswahrscheinlichkeit für die aufeinander folgenden Zeitpunkte nach dem Startzeitpunkt  $t_0$  (in unserem Beispiel: der Zeitpunkt der Transplantation) an. Siehe die ausführliche Erläuterung in Abschnitt ...

$B_t, S_0(t)$  = Basis-Survivalfunktion, Basis-Überlebensfunktion. Sie variiert mit der Zeit  $t$

Sie entspricht ungefähr der Konstanten in der linearen Regression. Wir können vorläufig definieren: Sie drückt die (kumulative) Überlebenswahrscheinlichkeit des „durchschnittlichen Probanden“ aus. Siehe die ausführliche Erläuterung in Abschnitt ...

$x_1, x_2 \dots x_m$  = unabhängige Variable. Sie sind um ihren Mittelwert zentriert.

$b_1, b_2 \dots b_m$  = Regressionskoeffizienten

$e$  = die Zahl  $e$

Für unser Beispiel würde die Survivalfunktion also folgendermaßen lauten:

$$(3) S_t = (B_t)^p$$

wobei

$$(4) p = e^{(b_1 \cdot HA^* + b_2 \cdot HB^* + b_3 \cdot HC^* + b_4 \cdot A + b_5 \cdot G)}$$

$HA^*, HB^*, HC^*$  = Hospital A, B, C.

Dies sind 0-1 kodierte, mittelwertzentrierte Variable. Wenn ein Proband beispielsweise im Hospital C transplantiert wurde, dann ist für ihn

$HC^* = 1 - 0.2808$ , wobei 0.2808 der Mittelwert der 0-1 kodierten Variablen HC ist.

$HB^* = 0 - 0.3449$ , wobei 0.3449 der Mittelwert von HB ist,

$HA^* = 0 - 0.3743$ , wobei 0.3743 der Mittelwert von HA ist.

Das Cox-Modell kann äquivalent auch als Hazard-Funktion ausgedrückt werden.

$$(5) h_t = H_t * e^{(b_1 \times x_1 + b_2 \times x_2 + \dots + b_m \times x_m)}$$

oder mathematisch äquivalent

$$(6) h_t = H_t * e^{b_1 \times x_1} * e^{b_2 \times x_2} * \dots * e^{b_m \times x_m}$$

Häufig findet man auch folgende Notation

$$(6a) h(t) = h_0(t) * e^{(b_1 \times x_1 + b_2 \times x_2 + \dots + b_m \times x_m)}$$

$h_t, h(t)$  = Hazardfunktion

$H_t, H_0(t)$  = Basis-Hazardfunktion

Die Formel für die Hazard-Funktion ist einfacher als die für die Survival-Funktion. Der Kalkül der Cox-Regression wird deswegen mit der Hazardfunktion entwickelt.

Auch unser Computerprogramm ist entsprechend ausgeführt. Wir werden später auf den Begriff der Hazardfunktion zurückkommen. Die Hazardfunktion kann kumuliert werden (durch Aufaddieren ihrer Werte über die aufeinanderfolgenden Zeitintervalle). Zwischen der kumulierten Hazardfunktion  $h_t^*$  und der Survivalfunktion  $S_t$  besteht folgender Zusammenhang:

$$h_t^* = -\ln(S_t)$$

$$S_t = e^{-h_t^*}$$

$h_t^*$  = kumulierte Hazardfunktion

Die kumulierte Hazardfunktion ist inhaltlich nicht sinnvoll definierbar. Zum Begriff der Hazardrate siehe auch P39.3 Spalte 15.

Der Zweck einer Cox-Regression ist es vor allem

- 1) den (unterschiedlich starken) Einfluß der unabhängigen Variablen auf die Überlebenswahrscheinlichkeit zu finden.
- 2) die Überlebenswahrscheinlichkeit von Probanden zu prognostizieren

Zu 1. Der (unterschiedlich starke) Einfluß der unabhängigen Variablen auf die Überlebenswahrscheinlichkeit wird durch die Regressionskoeffizienten  $b_1, b_2, \dots, b_m$  ausgedrückt bzw. - wie wir noch zeigen werden - durch die „Risiko-Koeffizienten“  $e^{b_1}, e^{b_2}, \dots, e^{b_m}$ .

In unserem Beispiel ist der Regressionskoeffizient  $b_5$  mit 1.08 am größten. Da bei der Cox-Regression ein positives Vorzeichen einen negativen Einfluß auf die Überlebenswahrscheinlichkeit ausdrückt, bedeutet dieser Regressionskoeffizient  $b_5$ , daß die Gewebe-Unverträglichkeit den ungünstigsten Einfluß auf die Überlebenswahrscheinlichkeit besitzt.

Zu 2. Prognose der Überlebenswahrscheinlichkeit. Bei der linearen Regression können wir für einen Probanden einen Wert in der abhängigen Variablen prognostizieren, wenn wir seine Werte in den unabhängigen Variablen kennen. Dies gilt auch für die Cox-Regression - jedoch mit dem Unterschied, daß wir nicht einen Wert prognostizieren, sondern für jeden Zeitpunkt nach  $t_0$  (in unserem Beispiel: der Zeitpunkt der Transplantation) die jeweilige Überlebenswahrscheinlichkeit. Betrachten wir die Prognose für einen 58-jährigen Probanden, d.h. für eine Person, die in der unabhängigen Variablen Alter den Wert 58 besitzt. Für die anderen unabhängigen Variablen setzen wir folgende Werte ein:

Hospital: Transplantation im Hospital A  
 Gewebeunverträglichkeit: 2.0 (das ist ein relativ hoher Wert)  
 Also liefert folgendes Ergebnis:

Tage nach der Transplantation	Basis-Survival-Funktion Überlebenswahrscheinlichkeit des "durchschnittlichen Probanden"	Überlebenswahrscheinlichkeit des Probanden
10	0.9975	0.9734
25	0.9884	0.8834
29	0.9853	0.8539
39	0.9805	0.8112

46	0.9679	0.7070
47	0.9600	0.6476
50	0.9325	0.4759
51	0.9149	0.3886
54	0.9058	0.3494
-----		
60	0.8885	0.2845
-----		
63	0.8667	0.2186
64	0.8411	0.1589
65	0.8300	0.1379
66	0.8215	0.1236
68	0.7984	0.0913
136	0.7765	0.0679
.	.	.
.	.	.
.	.	.

In der 3. Spalte stehen die Überlebenswahrscheinlichkeiten unseres Probanden. Seine Wahrscheinlichkeit, den 60. Tag nach der Transplantation lebend zu erreichen ist nur 0.2845. Die des „durchschnittlichen Probanden“ hingegen ist 0.8885.

Wir wollen den prognostizierten Wert errechnen. Wir ermitteln zunächst den Exponenten zu e in Gleichung 4.

$$\begin{aligned}
 y &= 0.0701 * (1 - 0.2808) && \text{HA} \\
 &+ 0.1313 * (0 - 0.3449) && \text{HB} \\
 &- 0.2014 * (0 - 0.3743) && \text{HC} \\
 &+ 0.1141 * (58 - 45.7968) && \text{Alter} \\
 &+ 1.0826 * (2 - 1.1771) && \text{G'unverträglichkeit} \\
 &= 2.3639
 \end{aligned}$$

$$p = e^{2.3639} \text{ ist } = 10.6323429$$

Nun setzen wir in Gleichung 3 ein

$$S_{60} = 0.8885^{10.6323} = 0.2845$$

### **P41.1 Eingabe mit Programm-Maske Prog41m2**

Klicken Sie im Almo-Fenster auf den Knopf VERFAHREN. Es erscheint eine Übersicht über alle in Almo enthaltene Verfahren. Klicken Sie auf den Eintrag „Ereignisanalyse“. Siehe die ausführliche Darstellung in P39.2.1.

**Prog41m2.Msk  
Cox-Regression  
mit vielen Optionen**

**Beispiel:**  
Es soll die Frage untersucht werden: Warum ist die Überlebensdauer nach einer Herztransplantation unterschiedlich ?

Als Ursachen der Überlebensdauer werden folgende Variable in das Modell eingeführt:

1. nominale unabhängige Variable: Hospital (in dem die Transplantation stattfand)
2. quantitative unabhängige Variable: Alter, GewebeUnvertraeglichkeit

Es wird also folgendes Modell gerechnet:

Hospital_A	b1=0.05	
Hospital_B	b2=0.14	Überlebenszeit
Hospital_C	b3=-0.19	
Alter	b4=0.11	
GewebeUnvertraeglich	b5=0.06	

Folgende Besonderheiten werden noch in das Modell eingeführt:

- a. Eine Gruppierungsvariable; z.B. der allgemeine Gesundheitszustand. Für die Probanden mit gutem u. schlechtem Gesundheitszustand werden verschiedene Überlebensfunktionen ermittelt.
- b. Für Personen mit einem bestimmten 'Wertemuster' in den unabhängigen Variablen (z.B. Patienten im Alter von 48 Jahren die im Hospital A operiert wurden) wird deren spezifische Überlebensfunktion ermittelt

Daten in Anlehnung an Crowley/Hu

Was ist ein Kurzprogramm ? --> Hilfe  
 Bedienung --> Hilfe

1 Speicher fuer x Variable Hilfe

Vereinbare Variable= 20 ;

2 Option: Weitere Vereinbarungen - nur wenn Almo dazu auffordert

3 Datei der Variablennamen Hilfe

zeige = Namensdatei in Output zeigen  
leer = nicht

4 Freie Namensfelder Hilfe

<input type="checkbox"/>	<b>Name 1 =Haeufigkeit;</b>	
<input type="checkbox"/>	<b>Name 2 =Ereignis:tot,zensiert;</b>	Ereignisvariable
<input type="checkbox"/>	<b>Name 3 =Alter;</b>	
<input type="checkbox"/>	<b>Name 4 =Antigen;</b>	
<input type="checkbox"/>	<b>Name 5 =GewebeUnvertraeglichkeit;</b>	
<input type="checkbox"/>	<b>Name 6 =Hospital:HospA,HospB,HospC;</b>	
<input type="checkbox"/>	<b>Name 7 =Ueberlebensdauer;</b>	Zeitvariable
<input type="checkbox"/>	<b>Name 8 =Zustand:gut,schlecht;</b>	Gruppierungsvariable

... erzeuge zusätzliche Namensfelder

- 5 **Datei aus der gelesen wird** **Hilfe**  
 bei Datei-Problemen  

 **Format der Daten** **Hilfe**  
 **der Datensatz enthält diese Variablen**  
 Bei Format DIREKT schreiben Sie: alle\_U
- 6 **Wenn Dateiformat FIX oder Nicht-Standard-FREI** **Hilfe**
- 7 **die Zeit- und Ereignis-Variable**  
 **die Zeitvariable**  
 **die Ereignisvariable**  
 **Code für "Ereignis hat stattgefunden"**  
 z.B. Untersuchungseinheit ist gestorben  
 **Code für "zensiert"**  
 z.B. Untersuchungseinheit hat ueber-  
 lebt oder ist ausgeschieden
- 8 **die unabhängigen nominalen Variablen**  
 **Hilfe**  
 **0= die unabhängigen nominalen Variablen**  
 werden in 0, 1 kodierte Dummies aufgelöst  
 -1= sie werden in 0, 1, -1 kodierte Dummies  
 aufgelöst
- 9 **die unabhängigen quantitativen Variablen**
- 10 **Gruppierungsvariable**
- 11 **Häufigkeitsvariable** **Hilfe**  
 **diese Variable enthält die Häufigkeiten**  
 je "Todes"- bzw. Zensierungs-Zeitpunkt

- 12  Option: Ein- und Ausschliessen von Untersuchungseinheiten
- 13  Option: Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben
- 14  Option: Untersuchungseinheiten ganzzahlig gewichten
- 15  Option: Wertemuster
- 16 **Optionen: Zusätzliche Ausgabe**
  - 0 1= Ausgeben der Analysevariable für alle Untersuchungseinheiten  
0= nicht
  - 1 1= Ausgeben der Basis-Survivalfunktion und der Basis-Hazardfunktion; wenn Wertemuster angegeben, dann auch Survivalfunktion u. Hazardrate je Wertemuster  
0= nicht
- 17 **Grafik-Optionen**
  - Almo** Almo = obige Grafiken als Almo-Grafik ausgeben  
0 = nicht
  - 0 1= obige Grafiken zusätzlich als einfache Liniendiagramme mit Textzeichen ausgeben  
0= nicht
  - 1 1= in Almo-Grafik auch den linken Teil der Überlebenskurve von Zeit=0 und Überleb.wahschkeit p=1.0 zeigen  
0= nicht
- 18  spezielle Grafik-Optionen
- 19 **Programmende**

### Erläuterungen zu den Eingabeboxen:

Wir werden zuerst ein Programm ohne Optionen rechnen und deswegen im folgenden nur jene Boxen erläutern, die in unserem Rechenbeispiel verwendet werden. Die Optionsboxen werden wir später in Abschnitt P41.4 erklären.

**Eingabebox 1 und 2:** Speicher für x Variable, Weitere Vereinbarungen. Siehe P0.1 und P0.2

**Box 3:** Datei der Variablennamen. Siehe P0.3.

**Box 4:** Freie Namensfelder

Name	Definition	Kategorie
Name 1	=Haeufigkeit;	
Name 2	=Ereignis:tot,zensiert;	Ereignisvariable
Name 3	=Alter;	
Name 4	=Antigen;	
Name 5	=GewebeUnvertraeglichkeit;	
Name 6	=Hospital:HospA,HospB,HospC;	
Name 7	=Ueberlebensdauer;	Zeitvariable
Name 8	=Zustand:gut,schlecht;	

Hier geben Sie den Variablen, die in die Analyse eingehen, einen Namen. Natürlich wäre es auch möglich diese Namen in eine Datei einzuschreiben und den Namen dieser Datei in Box 3 anzugeben.

**Box 5 und 6:** Datei aus der gelesen wird. Siehe P0.4

**Box 7:** Die Zeit- und Ereignisvariable.

<input type="text" value="Ueberlebensdauer"/>	die Zeitvariable
<input type="text" value="Ereignis"/>	die Ereignisvariable
<input type="text" value="0"/>	Code für "Ereignis hat stattgefunden" z.B. Untersuchungseinheit ist gestorben
<input type="text" value="1"/>	Code für "zensiert" z.B. Untersuchungseinheit hat überlebt oder ist ausgeschieden

Die Zeitvariable ist die abhängige Variable, also die Zeitdauer bis zum Eintritt des Ereignisses. Die Ereignisvariable enthält die Codes für "Ereignis hat stattgefunden" bzw. "Ereignis hat nicht stattgefunden".

"Ereignis hat stattgefunden" ist in unserem Beispiel der Tod des Patienten.

"Ereignis hat nicht stattgefunden" bedeutet in unserem Beispiel, daß der Patient bis zum Beobachtungsende überlebt hat oder aus der Beobachtung ausgeschieden ist.

Hat bei einer Untersuchungsperson das Ereignis nicht stattgefunden, dann sagt man auch "die Person ist zensiert". Siehe dazu die ausführliche Darstellung in P39 oder P40.

**Box 8:** Die unabhängigen nominalen Variablen

**Box 9:** Die unabhängigen quantitativen Variablen

die unabhängigen nominalen Variablen

↔ Hospital

-1

Hilfe

0= die unabhängigen nominalen Variablen werden in 0, 1 kodierte Dummies aufgelöst  
-1= sie werden in 0, 1, -1 kodierte Dummies aufgelöst

die unabhängigen quantitativen Variablen

↔ Alter, GewebeUnvertraeglichkeit

In diesen beiden Boxen werden die unabhängigen Variablen (von denen angenommen wird, daß sie die Überlebensdauer bestimmen) mitgeteilt. Die nominalen Variablen werden von Almo in Dummy-Variable aufgelöst, wobei entweder die 0-1-Kodierung oder die eher vorzuziehende 0,1, -1 -Kodierung verwendet wird. Siehe dazu im Almo-Handbuch „Das Allgemeine Lineare Modell“, Abschnitt P20.3 und im Handbuch, Teil 4, Abschnitt P22.2.3.1.

Bei der 0,1 -Kodierung wird die letzte Dummy eliminiert. Wir könnten auch sagen: der Regressionskoeffizient der eliminierten Dummy wird auf .0 gesetzt. Bei der 0,1,-1 -Kodierung summieren sich die Regressionskoeffizienten zu .0.

Wir empfehlen die 0,1,-1 -Kodierung, da hier auch für die eliminierte Dummy Koeffizienten (Beta, Standardfehler etc.) berechnet werden können. Sind die nominalen Variablen dichotom, dann hat allerdings die 0,1-Kodierung einige Vorteile.

Die 0,1 -Kodierung wird in der Literatur auch "Indikator-Kodierung" (bei SPSS: indicator-contrast) und die 0,1,-1 -Kodierung "Effekt-Kodierung" (bei SPSS: deviation-contrast) genannt.

Die Ergebnisse müssen bei den beiden Kodierungsweisen unterschiedlich interpretiert werden. Bei der 0,1-Kodierung ist die letzte Dummy die Referenzkategorie, bei 0,1,-1-Kodierung ist dies der Durchschnitt. Betrachten wir von den verschiedenen Ergebnissen, die Almo ausgibt das "relative Risiko". Bei der 0,1-Kodierung der unabhängigen nominalen Variablen Hospital erhalten wir folgendes Ergebnis

	<u>relatives Risiko</u>
HospA	31,19%
HospB	39,46%

Für die Referenzkategorie HospC wird nichts ausgegeben. Die Ergebnisse sind so zu interpretieren: Das Risiko zu sterben ist in HospA um 31,19% und in HospB um 39,46% größer als in HospC.

Bei der 0,1,-1-Kodierung entsteht folgendes Ergebnis:

	<u>relatives Risiko</u>
HospA	7,26%

HospB 14,03%  
 HospC -18,24%

Die Interpretation ist nun folgende: Im Vergleich zur durchschnittlichen Wirkung der 3 Hospitäler ist das Risiko zu sterben für jene die in HospA transplantiert wurden um 7,26% größer; bei HospB um 14,03% größer und bei HospC um 18,24% kleiner.

**Box 10:** Gruppierungsvariable. Siehe später in Abschnitt P41.4

**Box 11:** Häufigkeitsvariable



Betrachten wir einen Ausschnitt aus unseren Beispieldaten

V1 Häufigkeit	V2 Ereignis	V3 Alter	V7 Überlebensdauer
1	1	54	15
15	1	40	3
.	.	.	.
.	.	.	.

1 Person im Alter von 54 Jahren ist nach 15 Tagen gestorben.

15 Personen im Alter von 40 Jahren sind nach 3 Tagen gestorben.

V1 enthält die Häufigkeit der Personen, die dasselbe Ereignis nach derselben Überlebensdauer erfahren haben und in den unabhängigen Variablen dieselben Werte besitzen.

Normalerweise würden die 15 Personen, die nach 3 Tagen gestorben sind, als 15 Datensätze in der Datei enthalten sein. Also erlaubt es jedoch auch diese als nur einen Datensatz zu verarbeiten. Dann muß aber eine Variable mitgeführt werden, die die Häufigkeit enthält und diese muß als "Häufigkeitsvariable" angegeben werden. Zu große Häufigkeiten sollten nicht auftreten, da dies nicht modellgemäß ist.

Stellt jeder Datensatz eine einzelne Person dar, besteht also keine "Häufigkeitsvariable", dann löschen Sie den Eintrag in dieser Box.

**Box 12:** Option: Ein- und Ausschliessen von Untersuchungseinheiten. Siehe P0.7

**Box 13:** Option: Umkodierungen und Kein-Wert-Angaben. Siehe P0.5

**Box 14:** Option: Untersuchungseinheiten ganzzahlig gewichten. Siehe P0.8

**Box 15:** Option: Wertemuster. Siehe die Darstellung im folgenden Abschnitt P41.4

**Box 16:**Optionen: Zusätzliche Ausgaben. Siehe im folgenden Abschnitt P41.4

**Box 17 und 18:** Grafik-Optionen. Spezielle Grafikoptionen. Siehe Abschnitt P41.4

## P41.3 Ausgabe

Almo liefert aus Prog41m2.Msk folgende Ergebnisse:

Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable

Unabh. nominale Variable: V6	Hospital: HospA, HospB, HospC
Unabh. quantitat. Variab: V3	Alter
	V5 GewebeUnvertraeglichkeit
Zeitvariable: V7	Ueberlebensdauer
Ereignisvariable: V2	Ereignis

Beachte: Fuer die unabh. nominalen Variablen wird die 0,1,-1 Dummy-Kodierung verwendet.

Zahl der eingelesenen Datensaeetze = 64  
(ohne Beruecksichtigung der Gewichtung)

\*\*\*\*\* MITTEILUNG  
von den 64 Datensaeetzen wurden 3 aus der Analyse ausgeschlossen  
da diese zensiert sind bevor das 1. Ereignis eintritt

Keine Gruppierungsvariable

Probanden (gewichtet)	374
Zahl der Todeszeitpunkte	27
Haeufigkeit "Tote" (gewichtet)	179
Haeufigkeit Zensierte (gewichtet)	195

### \*\*\*\*\* Erläuterung:

Es wurden 64 Datensätze eingelesen. Jeder Datensatz entsprach in unserem Beispiel mehreren Probanden. Wird jeder Datensatz mit der Häufigkeitsvariable gewichtet, so sind insgesamt 374 Probanden für die Analyse vorhanden, wobei 179 gestorben sind und 195 zensiert wurden (d.h. überlebt oder ausgeschieden sind).

Mittelwerte der unabhaengigen Variablen

-----  
Nominale Variable

die Mittelwerte der Dummies der nominalen Variable  
sind gleich den Anteilswerten

Hospital:HospA	0.2807
Hospital:HospB	0.3449
Hospital:HospC	0.3743

Quantitative Variable

Alter	45.7968
GewebeUnvertraeg	1.1771

### \*\*\*\*\* Erläuterung:

Die Mittelwerte der quantitativen Variablen Alter und GewebeUnvertraeglichkeit werden mitgeteilt. Die nominale Variable "Hospital" wird von Almo in 3 Dummies aufgelöst. Dabei wird die 0,1,-1 Dummy-Kodierung verwendet. Möglich wäre auch die 0,1 Dummy-Kodierung. Diese so kodierten Variablen besitzen auch einen Mittelwert. Die Mittelwerte der Dummies sind gleich den Anteilswerten. So besitzt HospA einen Mittelwert von 0.2807. Das bedeutet: 28.07 % der Probanden wurde in Hospital A transplantiert.

Konvergenz nach 5 Schritten, maximaler Fehler = 0.000214  
Determinante = 1.466520e+009

log-likelihood(0) = -935.1313

```

log-likelihood(4) = -861.5488
logratio         = 147.1649  p= 0.0000  (1-p)*100= 100.0000
Wald-Statistik   = 110.0006
Score-Statistik  = 269.1684

```

Variable	Beta	Stand. fehler	z	p	Signifik (1-p)100
Hospital:HospA	0.070100	0.117376	0.5972	0.5504	44.9628
Hospital:HospB	0.131254	0.107986	1.2155	0.2242	77.5787
Hospital:HospC	-0.201354	0.115733	-1.7398	0.0819	91.8079
Alter	0.114110	0.014266	7.9989	0.0000	100.0000
GewebeUnvertraeagl	1.082602	0.167250	6.4730	0.0000	100.0000

Variable	part. r	"Risiko" exp(Beta)	relatives Risiko in %
Hospital:HospA	0.000000	1.0726	7.26
Hospital:HospB	0.000000	1.1403	14.03
Hospital:HospC	-0.023433	0.8176	-18.24
Alter	0.182047	1.1209	12.09
GewebeUnvertraeagl	0.146060	2.9524	195.24

**\*\*\*\*\* Erläuterung:**

**Spalte 1: Beta (Regressionskoeffizienten)**

In der Spalte "Beta" befinden sich die Regressionskoeffizienten. Der Regressionskoeffizient des Alters beträgt 0.11411. Der der GewebeUnverträglichkeit ist mit 1.0826 der höchste. Die Regressionskoeffizienten der Dummies der nominalen Variablen "Hospital" summieren sich zu 0. Dies ist nur bei der 0,1,-1 Kodierung der Fall.

Sind die Variablen in unterschiedlichen Einheiten gemessen, dann sind ihre Regressionskoeffizienten nicht vergleichbar. Dies gilt in unserem Beispiel für Alter (in Jahren) und Gewebe-Unverträglichkeit (ein Index). Die Regressionskoeffizienten der Dummies einer nominalen Variablen sind allerdings vergleichbar. Zum Vergleich zwischen allen Variablen eignet sich der z-Wert und noch besser das Risiko (siehe unten).

Die Survival-Funktion für unser Beispiel lautet also:

$$S_t = (B_t)^p$$

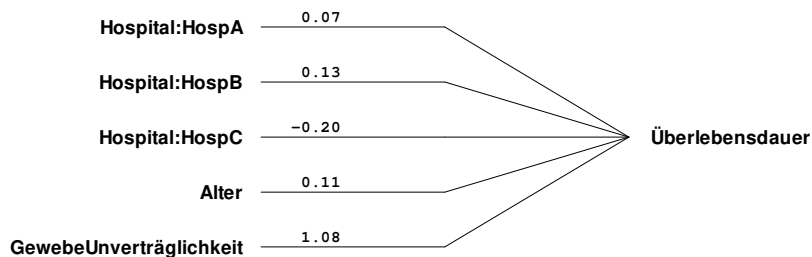
wobei

$$p = e^y$$

und

$$\begin{aligned}
y = & 0.07 * (HA - 0.28) && \text{Hospital A} \\
& + 0.13 * (HB - 0.34) && \text{Hospital B} \\
& - 0.20 * (HC - 0.38) && \text{Hospital C} \\
& + 0.11 * (\text{Alter} - 45.79) && \text{Alter} \\
& + 1.08 * (GU - 1.17) && \text{Gewebe-Unverträglichkeit (GU)}
\end{aligned}$$

Grafisch als Flussdiagramm dargestellt:



Ein negativer Koeffizient bedeutet, daß sich die Überlebenswahrscheinlichkeit erhöht, wenn sich die unabhängige Variable um 1 Einheit erhöht; und umgekehrt bedeutet ein positiver Koeffizient, daß sich die Überlebenswahrscheinlichkeit verringert, wenn sich die unabhängige Variable um 1 Einheit erhöht. Der Regressionskoeffizient sowohl des Alters als auch der GewebeUnverträglichkeit ist positiv. Wenn sich diese Variable erhöhen, dann verringert sich die Überlebenswahrscheinlichkeit.

Diese Interpretation der Regressionskoeffizienten gilt auch für die Dummies der nominalen Variablen des "Hospitals". Wird die Dummy um 1 Einheit von 0 auf 1 erhöht, dann bedeutet dies, dass der Proband in dem betreffenden Hospital transplantiert wurde.

Wir sehen, daß HospC mit  $-0.201$  einen Regressionskoeffizienten besitzt, der zeigt, daß dort die Transplantationen am erfolgreichsten durchgeführt werden.

### Spalte 7 und Spalte 8: Risiko

Die relative Stärke, mit der die Variablen die Überlebenswahrscheinlichkeit bestimmen, kann besser in den beiden letzten Spalten abgelesen werden. Sie sind überschrieben mit "Risiko  $\exp(\text{Beta})$ " und mit "relatives Risiko".

Das "Risiko"  $\exp(\text{Beta})$  ist in folgender Weise zu interpretieren. Ist  $\exp(\text{Beta}) = 1$  dann bedeutet dies, dass durch die unabhängige Variable die Hazardrate nicht verändert wird, d.h. dass sie keinen Einfluß auf die Überlebenswahrscheinlichkeit besitzt.

Betrachten wir die GewebeUnverträglichkeit. Sie besitzt ein Risiko  $\exp(\text{Beta})$  von 2.9524. Das bedeutet, dass bei einer Zunahme der GewebeUnverträglichkeit um 1 Einheit, die Hazardrate um den Faktor 2.9524 zunimmt. Das wiederum bedeutet, dass das Risiko zu sterben größer wird oder umgekehrt: die Überlebenswahrscheinlichkeit abnimmt.

Die Hazardrate ist in folgender Weise definiert:

Betrachten wir dazu ein Beispiel: Unsere Beispieldaten weisen folgende Zeitintervalle auf:

Nr	Zeit	Risiko menge	Tote
1	10	374	2
2	25	348	6
3	29	333	2
4	39	328	3
5	46	324	8
6	47	316	5
7	50	309	16

8	51	293	10
9	54	283	5
10	60	278	9
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Das Intervall 4 beispielsweise reicht vom Tag 29 bis zum Tag 39 (nach der Transplantation).

Die Hazardrate ist das Risiko eines Probanden, der in das Intervall eintritt, im Verlauf einer Zeiteinheit in diesem Intervall, also innerhalb eines Tages, zu terminieren.

Siehe dazu unsere Darstellung in P39.3 Spalte 15

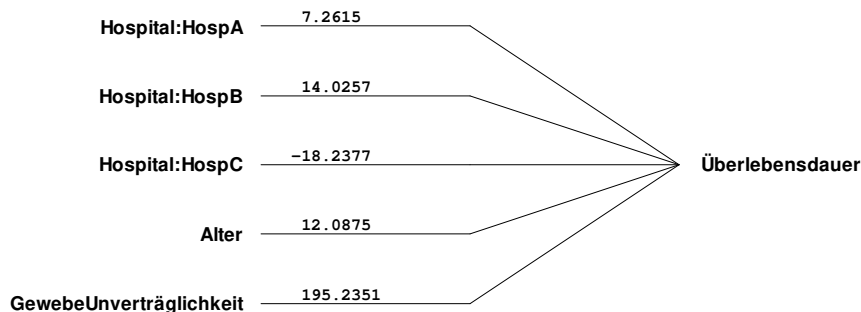
Das "relative Risiko" ergibt sich dann sehr einfach als

$$\text{relative Risiko} = 100 * (\exp(\text{Beta}) - 1)$$

Betrachten wir wieder die GewebeUnvertraeglichkeit. Sie besitzt ein relatives Risiko von 195.24 %. D.h. daß bei einer Zunahme der GewebeUnvertraeglichkeit um 1 Einheit, das Risiko zu sterben zunimmt, genauer: die Hazardrate um 195 % zunimmt.

Flussdiagramm des relativen Risikos:

Relatives Risiko (in %)



Betrachten wir die Dummy-Variable HospC. Sie besitzt ein relatives Risiko von  $100 * (0.8176 - 1) = -18.24$ . Da das Vorzeichen negativ ist, bedeutet dies, dass das Risiko zu sterben verringert wird, wenn der Proband in Hospital C transplatiert wird, genauer: dass die Hazardrate um 18.24 % kleiner wird. Das numerische Ergebnis ändert sich wenn anstelle der 0,1-Kodierung, die 0,1,-1-Kodierung verwendet wird. Siehe dazu unsere ausführliche Darstellung in P41.4, Erläuterung zu Box 5.

Siehe zum Begriff des "Risikos" auch unsere Darstellung zur Logit-Analyse in Abschnitt P22.2.3.2. Dort wird der Begriff in derselben Weise verwendet.

### Spalte 2: Standardfehler

In der 2. Spalte der obigen Tabelle wird der Standardfehler der Regressionskoeffizienten ausgegeben.

Spalte 3 und 4 und 5: z-Wert, p-Wert, Signifikanz

Der z-Wert ergibt sich gemäß

$$z = \text{Beta} / \text{Standardfehler} \quad (\text{zweiseitig zu testen})$$

Die "Wald"-Statistik, die z.B. in SPSS ausgegeben wird, ist  $z^2$

Betrachten wir wieder die GewebeUnvertraeglichkeit.

Ihr z-Wert ist = 6.4730

der p-Wert = 0.0000

die Signifikanz  $100 \cdot (1-p) = 100$

Selbstverständlich ist der p-Wert nicht exakt 0 und die Signifikanz nicht exakt 100. Diese Werte entstehen durch runden.

### Spalte 6: Partielle Korrelation

Aus der z-, bzw. Wald-Statistik lässt sich ein partielles r errechnen. Da die Cox-Regression eine nichtlineare Regression ist, kann dieses r nicht als ein PRE-Koeffizient interpretiert werden, was seine Sinnhaftigkeit schmälert.

### Korrelationen zwischen den Kovariablen

(in der Hauptdiagonale stehen die Standardabweichungen)

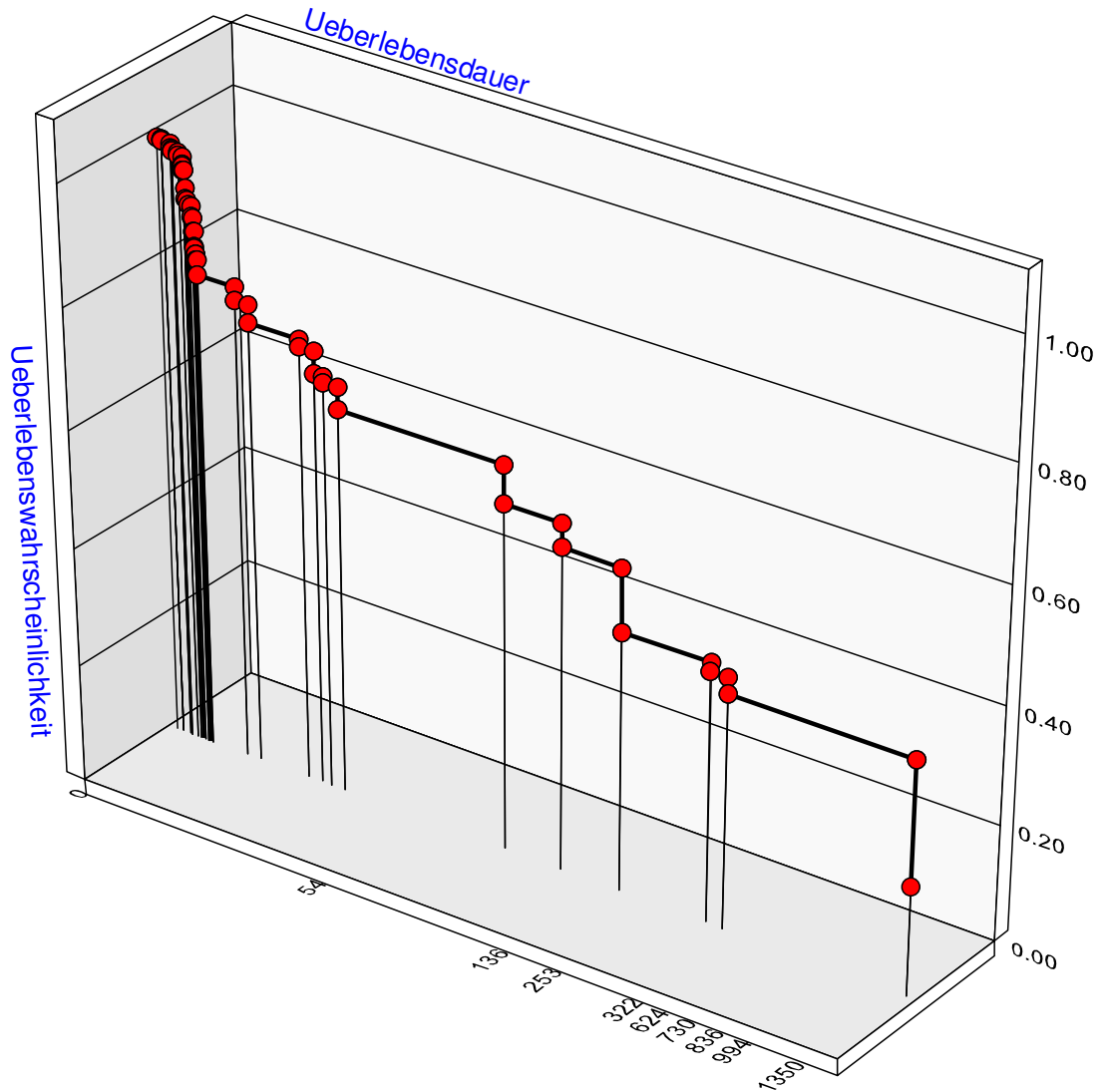
			Hospita HospA V6-1	Hospita HospB V6-2	Alter V3	GewebeU V5
Hospital HospA	V6-1		0.1174	-0.4751	-0.1596	0.0585
Hospital HospB	V6-2		-0.4751	0.1080	0.0908	-0.1007
Alter	V3		-0.1596	0.0908	0.0143	0.0247
GewebeUn	V5		0.0585	-0.1007	0.0247	0.1672

### Survival-Funktionen

Nr	Zeit	Risiko menge Tote	Basis Surviv Funkt.	Stand. Fehler.	Basis Hazard Funkt.	
1	10	374	2	0.9975	0.0018	0.0025
2	25	348	6	0.9884	0.0042	0.0091
3	29	333	2	0.9853	0.0048	0.0032
4	39	328	3	0.9805	0.0057	0.0048
5	46	324	8	0.9679	0.0077	0.0129
6	47	316	5	0.9600	0.0088	0.0083
7	50	309	16	0.9325	0.0122	0.0290
8	51	293	10	0.9149	0.0141	0.0191
9	54	283	5	0.9058	0.0151	0.0100
10	60	278	9	0.8885	0.0169	0.0193
11	63	269	10	0.8667	0.0188	0.0248
12	64	259	10	0.8411	0.0208	0.0300
13	65	249	4	0.8300	0.0217	0.0134
14	66	245	3	0.8215	0.0223	0.0102
15	68	242	8	0.7984	0.0239	0.0285
16	136	213	7	0.7765	0.0253	0.0279
17	161	206	9	0.7473	0.0270	0.0382
18	253	174	4	0.7342	0.0278	0.0178
19	280	170	11	0.6978	0.0296	0.0508
20	297	159	3	0.6879	0.0301	0.0143
21	322	151	10	0.6525	0.0316	0.0529
22	624	91	8	0.5903	0.0353	0.1002
23	730	77	4	0.5483	0.0379	0.0737
24	836	72	9	0.4426	0.0425	0.2142
25	994	40	1	0.4285	0.0438	0.0323
26	1024	39	2	0.4009	0.0458	0.0666
27	1350	24	10	0.1872	0.0386	0.7618

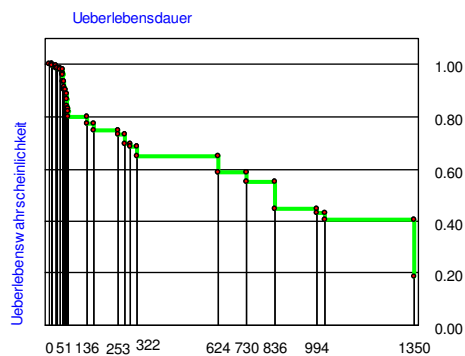
Almo liefert folgendes Liniendiagramm zur Basis-Überlebensfunktion

### Basis-Ueberlebensfunktion



Wenn Sie im Grafik-Editor auf der linken Seite auf den Knopf "Diverse Positionen" klicken und in der dann von Almo angebotenen Auswahl verschiedener Positionen der Grafik die dritte wählen, dann erhalten Sie die Basis-Überlebensfunktion in folgender "Draufsicht" (hier verkleinert):

Basis-Ueberlebensfunktion



## Erläuterung:

### Spalte 5: Basis-Survivalfunktion

Wir sagten, dass der wesentliche Zweck der Cox-Regression darin besteht, (1) die relative Einflußstärke der unabhängigen Variablen abzuschätzen und (2) eine Prognose der Überlebenschance von Probanden abzugeben. Für die Prognose benötigen wir die Basis-Survivalfunktion. Betrachten wir noch einmal das Modell der Cox-Regression:

$$S_t = (B_t)^p$$

wobei

$$p = e^y$$

und

$$y = b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_mx_m$$

$B(t)$  = das ist die Basis-Survivalfunktion.

Die Regressionskoeffizienten  $b_1, b_2, \dots, b_m$  sind uns bekannt.  
Die Formel für unser Beispiel lautet also

$$S_t = (B_t)^p$$

wobei

$$p = e^y$$

$y =$	$0.07^*$	$(HA-0.28)$	Hospital A
	$+ 0.13^*$	$(HB-0.34)$	Hospital B
	$- 0.20^*$	$(HC-0.38)$	Hospital C
	$+ 0.11^*$	$(Alter-45.79)$	Alter
	$+ 1.08^*$	$(GU-1.17)$	Gewebe-Unverträglichkeit (GU)

Wenn wir nun die Werte eines Probanden in den unabhängigen Werten kennen, dann können wir seine Überlebenschance prognostizieren - und dies für die aufeinander folgenden Zeitpunkte an denen mindestens ein Proband terminierte.

Tage nach der Transplantation

-----  
10  
25  
29  
39  
46  
.  
.  
.

Man beachte den Unterschied: Bei der gängigen linearen Regression wird 1 Wert prognostiziert. Bei der Cox-Regression wird eine Folge von Werten prognostiziert.

Um diese Prognose leisten zu können, benötigen wir die Basis-Survivalfunktion.

Betrachten wir einen Probanden, der

1. im Hospital A transplantiert wurde

2. im Alter von 58 Jahren
3. mit einer Gewebe-Unverträglichkeit von 2

Wir setzen also in obiger Gleichung  $HC = 1$   $HA = HB = 0$   
 $Alter = 58$   
 $GU = 2$

Die Basis-Survivalfunktion ist in obiger Almo-Ausgabe ablesbar. Wir können damit die gewünschten Prognosewerte errechnen:

Tage nach der Transplantation	Basis-Survivalfunktion	prognostizierte Überlebenswahrscheinlichkeit
10	0.9975	0.9734
25	0.9884	0.8834
29	0.9853	0.8539
39	0.9805	0.8112
46	0.9679	0.7070
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Die Basis-Survivalfunktion ist, wie in P41.... schon ausgeführt als die "Survival-Funktion des durchschnittlichen Probanden" interpretierbar. Das ist der Proband, der in allen unabhängigen Werten den Mittelwert besitzt. In unserem Beispiel sehen wir nun, daß die Prognosewerte für unseren Probanden deutlich schlechter sind als die für den "durchschnittlichen Probanden". Nach 46 Tagen beispielsweise hat der "durchschnittlichen Probanden" noch eine Chance zu leben von 0.9679, unser Proband jedoch nur von 0.7070.

Es ist mühsam die prognostizierte Überlebenswahrscheinlichkeit zu berechnen. Almo übernimmt diese Aufgabe. Wir werden das im folgenden Maskenprogramm Prog41m2.Msk zeigen. Dort besteht die Möglichkeit, die Überlebenswahrscheinlichkeit von "Wertemustern" zu errechnen.

## **P41.4 Optionen für Programm-Maske Prog41m2**

Wir verwenden wieder das Beispiel mit der Herztransplantation. Dabei fügen wir jetzt noch folgende Besonderheiten dazu:

1. Eine Gruppierungsvariable (bzw. "Schichtungsvariable"); z.B. der allgemeine Gesundheitszustand. Für die Probanden mit gutem u. schlechtem Gesundheitszustand werden verschiedene Überlebensfunktionen ermittelt.

Wir wollen hier gleich folgende wichtige Aussage vorweg nehmen: Eine Variable sollte als normale unabhängige Variable in die Analyse eingeführt werden und nicht als Gruppierungsvariable – es sei denn sie ist "zeitabhängig" und verletzt damit die Forderung des "proportionalen Hazard". Wir werden auf dieses Thema in P41.7 zurückkommen.

2. Für Personen mit einem bestimmten 'Wertemuster' in den unabhängigen Variablen (z.B. Patienten im Alter von 48 Jahren die im Hospital A operiert wurden) wird deren spezifische Überlebensfunktion ermittelt
3. Optionen für zusätzliche Ausgabeteile
  - a) Ausgeben der Analysevariable für alle Untersuchungseinheiten
4. Grafik-Optionen
  - a) Liniendiagramm der Basis-Survivalfunktionen (wenn Gruppen vorhanden, dann je Gruppe)
  - b) Liniendiagramm der log-minus-log-Funktionen (wenn Gruppen vorhanden, dann je Gruppe)
  - c) Liniendiagramm der Survivalfunktionen der Wertemuster  
Sind Gruppen vorhanden, dann wird je Gruppe ein Diagramm gezeichnet, in dem die Wertemuster verglichen werden
  - d) Liniendiagramm der Survivalfunktionen der Wertemuster  
Sind Gruppen vorhanden, dann wird je Wertemuster ein Diagramm gezeichnet, in dem die Gruppen verglichen werden.
  - e) Weibull-Test je Gruppe

Die Optionsboxen sind bereits für das nachfolgend gerechnete Beispiel entsprechend ausgefüllt. Der Benutzer braucht die Boxen nur zu öffnen.

### **Erläuterung zu den Options-Boxen von Prog41m2**

Wir erläutern im folgenden die Boxen, die im vorausgegangenen Abschnitt P41.1 ausgespart worden sind..

## Box 10: Gruppierungsvariable

Eine Variable wird sinnvollerweise nur dann als Gruppierungsvariable (Schichtungsvariable) eingesetzt, wenn sie die Bedingung der Zeitunabhängigkeit bzw. der proportionalen Hazardfunktion verletzt. Wir werden im nächsten Abschnitt ausführlich darauf zurückkommen.

Almo ermittelt, wenn Sie die entsprechenden Optionen setzen (siehe unten) die Basis-Surviaval-Funktion und die Survival-Funktion für Wertemuster.

Wenn Sie nun eine Gruppierungsvariable angeben, z.B. den Gesundheitszustand (gut, schlecht) dann werden diese Funktionen separat für die Gruppen ermittelt, in unserem Beispiel also für Personen mit gutem und mit schlechtem Gesundheitszustand.

Die Gruppierungsvariable wird normalerweise nominal sein. Sie darf aber auch quantitativ sein. Betrachten wir ein Beispiel: Die Gruppierungsvariable variiere zwischen 0.5 und 3.0. Sie wollen drei Gruppen bilden

1. Gruppe von 0.5 bis 1.5
2. Gruppe von 1.5 bis 2.5
3. Gruppe von 2.5 bis 3.0

Schreiben Sie dann in die Eingabefelder folgendes:

```
0.5 , 1.5  
1.5 , 2.5  
2.5 , 3.0
```

Beachten Sie: Zwischen die Werte einer Gruppe muss ein Beistrich als Trennzeichen gesetzt werden

Erlaubt ist nur **eine** Gruppierungsvariable. Sie können über die MIT-Operationen jedoch mehrere Variable kombinieren. Betrachten wir ein Beispiel. Sie wollen Gesundheitszustand mit Geschlecht kombinieren. In der Box "Umkodierungen und Kein-Wert-Angabe" schreiben Sie in ein Eingabefeld

V99 = Zustand mit Geschlecht;

und geben V99 dann als Gruppierungsvariable an. Almo bildet dann folgende 4 Gruppen

gut		schlecht	
Geschlecht		Geschlecht	
männlich	weiblich	männlich	weiblich
1	2	3	4

Die "Kombinations"-Variable besitzt die Werte 1, 2, 3, 4.

Beispiel: Gruppe 3 sind Männer mit schlechterem Gesundheitszustand.

Siehe dazu die Darstellung der MIT-Operation in Almo-Handbuch, Teil 2, Abschnitt 23.

### Box 15: Optionen: Wertemuster



Optionsbox geöffnet:



Es soll die Überlebensfunktion und die Hazardfunktion für eine Person ermittelt werden, die

im Hospital A transplantiert wurde  
und 48 Jahre alt ist

sowie für eine Person, die

im Hospital B transplantiert wurde  
und 58 Jahre alt ist

Wir haben also 2 Wertemuster

Wertemuster 1: Hospital = 1      Alter = 48

Wertemuster 2: Hospital = 2      Alter = 58

Die Variable „Gewerbe-Unverträglichkeit“ verwenden wir nicht. Almo setzt für diese Variable deren Mittelwert ein. Allgemein gilt: Von den unabhängigen nominalen und quantitativen Variablen kann der Benutzer beliebig viele verwenden, um ein

Wertemuster zu definieren. Die nicht explizit vom Benutzer angegebenen unabhängigen Variablen werden von Almo mit deren Mittelwert in das Wertemuster eingesetzt.

Betrachten wir ein weiteres Beispiel:

Die unabhängigen nominalen Variablen seien:

Geschlecht: männlich (=1), weiblich (=2)

Hospital: Hosp1, Hosp2, Hosp3

Die unabhängigen quantitativen Variablen seien:

Alter

Körpergewicht

Sie wollen nun die Überlebensfunktion dargestellt erhalten für

1. Männer im Alter von 48
2. Frauen im Alter von 58

Geben Sie als Zahl der Wertemuster = 2 an und schreiben Sie in die Editfelder der Matrix der Wertemuster

```
Geschlecht ,      1,  2
Alter      ,      48, 58
```

Zuerst wird also der Variablenname (oder -nummer) geschrieben, dann der Wert des 1. Wertemusters, dann der des 2. Es können beliebig viele Wertemuster angefordert werden.

Beachte: Als Trennzeichen innerhalb eines Eingabefeldes muss ein Beistrich geschrieben werden. Am Zeilenende wird kein Beistrich geschrieben.

Almo setzt automatisch für die anderen unabhängigen Variablen, die der Benutzer nicht für die Wertemuster verwendet, deren Mittelwerte ein.

Das gilt auch für die nicht verwendeten nominalen Variablen. In unserem Beispiel wird die nominale Variable "Hospital" nicht verwendet. Almo löst intern diese Variable in 2 Dummies auf (die 3. Dummy ist redundant) und setzt für diese Dummies deren Mittelwert ein. Der Mittelwert einer Dummy-Variablen ist gleich dem Anteilswert der Probanden, die sich in der betreffenden Ausprägung befinden.

Hinweis: Wenn Sie 3 oder mehr Wertemuster angeben, dann erzeugt Almo eine Ausgabe, die so breit ist, daß sie nicht mehr auf ein A4-Blatt ausgedruckt werden kann. Es ist also sinnvoll, die Wertemuster auf 2 oder mehr Programmläufe zu verteilen.

**Box 16:** Optionen: Zusätzliche Ausgabe

Optionen: Zusätzliche Ausgabe	
↑↓ 0	1= Ausgeben der Analysevariable für alle Untersuchungseinheiten 0= nicht
↑↓ 1	1= Ausgeben der Basis-Survivalfunktion und der Basis-Hazardfunktion; wenn Wertemuster angegeben, dann auch Survivalfunktion u. Hazardrate je Wertemuster 0= nicht

Eingabefeld 1 = 1. Alle Untersuchungseinheiten werden mit ihren Werten in den Analysevariablen in einer "schönen Form" ausgegeben. Es entsteht folgender Output.

Daten aller Untersuchungseinheiten:

Nr	Zeit	Ereignis		Haeufigkeit	Hospital	Hospital	Alter	GewebeUn
		1=tot	0=zens					
1	29	1		2	0.0000	1.0000	54.0000	1.0800
2	30	0		3	0.0000	1.0000	45.0000	0.1600
3	39	1		3	1.0000	0.0000	42.0000	1.3800
4	44	0		1	0.0000	1.0000	36.0000	0.0000
5	46	1		8	0.0000	1.0000	42.0000	0.6100
.	.	.		.	.	.	.	.
.	.	.		.	.	.	.	.

Eingabefeld 2 = 1. Die Basis-Survivalfunktion und die log-minus-log-Funktion werden für alle "Todeszeitpunkte" ausgegeben. Wurden Wertemuster in Box 15 angegeben, dann wird für diese die Survivalfunktion ausgegeben.

Almo liefert folgende Ausgabe:

Survival-Funktionen

Survival-Funktion fuer  
Untersuchungsobjekte mit  
folgendem Wertemuster

			Wertemuster 1			Wertemuster 2		
Hospital:HospA -->			ja			nein		
Hospital:HospB -->			nein			ja		
Hospital:HospC -->			nein			nein		
Alter -->			48.0000			58.0000		
GewebeUnvertraegli -->			Mittelwert			Mittelwert		

Nr	Zeit	Risiko menge	Basis Surviv Tote	Basis Stand. Fehler.	Basis Hazard Funkt.	Wertemuster 1			Wertemuster 2			
						Surviv Funkt.	Stand. fehler	Hazard Funkt.	Surviv Funkt.	Stand. fehler	Hazard Funkt.	
Gruppe 1 = V8 Zustand gut												
1	29	238	2	0.9916	0.0059	0.0084	0.9890	0.0078	0.0111	0.9635	0.0254	0.0372
2	39	233	3	0.9789	0.0095	0.0129	0.9723	0.0124	0.0170	0.9102	0.0390	0.0568
3	46	229	8	0.9454	0.0156	0.0348	0.9288	0.0202	0.0458	0.7808	0.0568	0.1533
4	47	221	5	0.9240	0.0185	0.0229	0.9013	0.0237	0.0301	0.7059	0.0622	0.1009
5	50	216	11	0.8759	0.0241	0.0535	0.8400	0.0304	0.0704	0.5576	0.0677	0.2359
6	51	205	2	0.8672	0.0250	0.0100	0.8291	0.0315	0.0131	0.5336	0.0679	0.0439
7	60	203	9	0.8250	0.0286	0.0499	0.7764	0.0354	0.0656	0.4283	0.0654	0.2200
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

## Box 17 und 18. Grafik-Optionen

Wir werden diese Grafikoptionen bei der Ausgabe erläutern.

### P41.6 Ausgabe aus Programm Prog41m2 mit Optionen

Almo liefert aus dem Maskenprogramm Prog41m2 folgende Ergebnisse:

Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable

Unabh. nominale Variable: V6 Hospital: HospA, HospB, HospC  
Unabh. quantitat. Variab: V3 Alter  
V5 GewebeUnvertraeglichkeit  
Gruppierungsvariable: V8 Zustand: gut, schlecht  
Zeitvariable: V7 Ueberlebensdauer  
Ereignisvariable: V2 Ereignis

Beachte: Fuer die unabh. nominalen Variablen  
wird die 0,1,-1 Dummy-Kodierung verwendet.

Zahl der eingelesenen Datensaeetze = 64  
(ohne Beruecksichtigung der Gewichtung)

\*\*\*\*\* MITTEILUNG  
von den 64 Datensaeetzen wurden 7 aus der Analyse ausgeschlossen  
da diese zensiert sind bevor das 1. Ereignis eintritt

Auspraegungen der Gruppierungsvariablen: 0.0000 1.0000  
-----  
Haeufigkeit (ungewichtet) 40 17  
Probanden (gewichtet) 238 114  
Zahl der Todeszeitpunkte 18 11  
Haeufigkeit "Tote" (gewichtet) 103 76  
Haeufigkeit Zensierte (gewichtet) 135 38

Mittelwerte der unabhaengigen Variablen  
-----

Nominale Variable  
die Mittelwerte der Dummies der nominalen Variable  
sind gleich den Anteilswerten

Hospital:HospA 0.2614  
Hospital:HospB 0.3409  
Hospital:HospC 0.3977

Quantitative Variable  
Alter 46.1960  
GewebeUnvertraeg 1.2043

Konvergenz nach 5 Schritten, maximaler Fehler = 0.000429  
Determinante = 3.473063e+008

log-likelihood(0) = -801.5114  
log-likelihood(4) = -748.5521  
logratio = 105.9186 p= 0.0000 (1-p)\*100= 100.0000  
Wald-Statistik = 76.1407  
Score-Statistik = 215.6671

Variable	Beta	Stand. fehler	z	p	Signifik (1-p)100
Hospital:HospA	0.054645	0.121416	0.4501	0.6527	34.7326
Hospital:HospB	0.131344	0.111337	1.1797	0.2381	76.1853
Hospital:HospC	-0.185989	0.121382	-1.5323	0.1255	87.4510
Alter	0.113267	0.014577	7.7705	0.0000	100.0000
GewebeUnvertraegl	1.309094	0.317127	4.1280	0.0000	99.9963

Variable	part. r	"Risiko" exp(Beta)	relatives Risiko in %
Hospital:HospA	0.000000	1.0562	5.62
Hospital:HospB	0.000000	1.1404	14.04
Hospital:HospC	-0.014730	0.8303	-16.97

```

Alter          0.190838  1.1199  11.99
GewebeUnvertraegl  0.096863  3.7028  270.28
-----

```

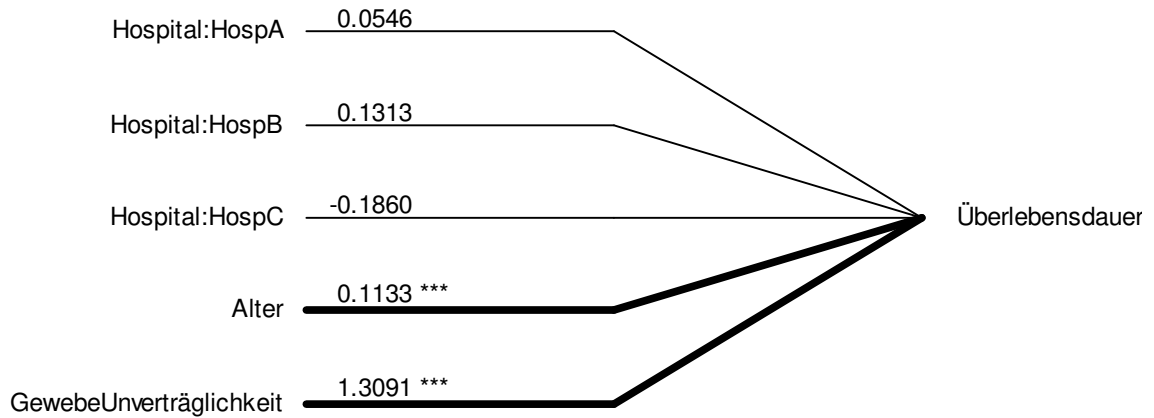
Korrelationen zwischen den Kovariablen  
(in der Hauptdiagonale stehen die Standardabweichungen)

	Hospital HospA V6-1	Hospital HospB V6-2	Alter V3	GewebeUn V5
Hospital HospA V6-1	0.1214	-0.4587	-0.2080	-0.0272
Hospital HospB V6-2	-0.4587	0.1113	0.0926	0.0082
Alter V3	-0.2080	0.0926	0.0145	0.1540
GewebeUn V5	-0.0272	0.0082	0.1540	0.3171

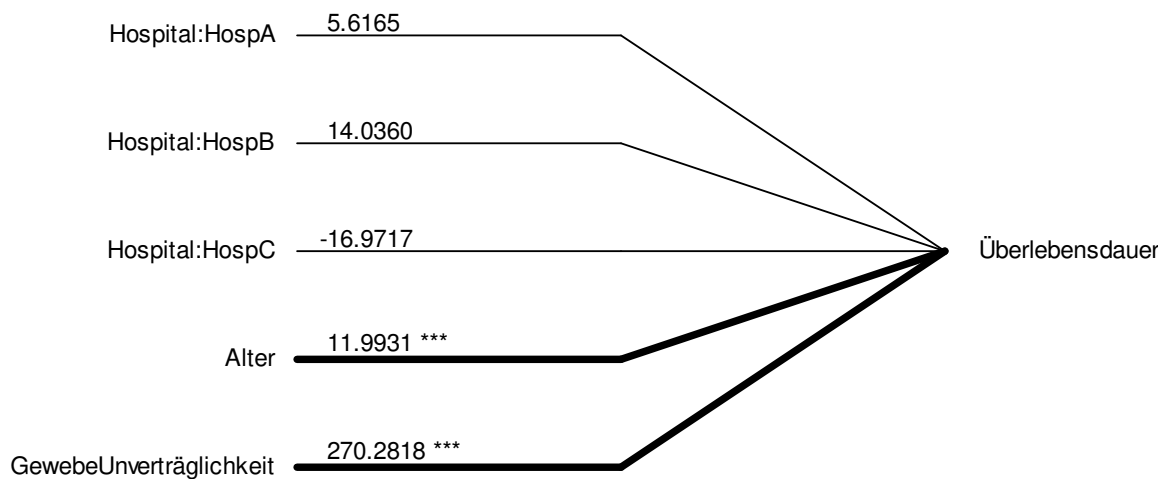
**Beachte:** Dir redundante Dummy HospC wird nicht ausgegeben.

Almo liefert als Grafiken folgende zwei Flussdiagramme:

Regressionskoeffizienten



Relatives Risiko (in %)



Survival-Funktionen

Survival-Funktion fuer  
Untersuchungsobjekte mit  
folgendem Wertemuster

							Wertemuster 1			Wertemuster 2		
Hospital:HospA -->							ja			nein		
Hospital:HospB -->							nein			ja		
Alter -->							48.0000			58.0000		
GewebeUnvertraegli -->							Mittelwert			Mittelwert		
Nr	Zeit	Risiko menge	Tote	Basis Surviv Funkt.	Stand. Fehler.	Basis Hazard Funkt.	Surviv Funkt.	Stand. fehler	Hazard Funkt.	Surviv Funkt.	Stand. fehler	Hazard Funkt.
Gruppe 1 = V8 Zustand gut												
1	29	238	2	0.9916	0.0059	0.0084	0.9890	0.0078	0.0111	0.9635	0.0254	0.0372
2	39	233	3	0.9789	0.0095	0.0129	0.9723	0.0124	0.0170	0.9102	0.0390	0.0568
3	46	229	8	0.9454	0.0156	0.0348	0.9288	0.0202	0.0458	0.7808	0.0568	0.1533
4	47	221	5	0.9240	0.0185	0.0229	0.9013	0.0237	0.0301	0.7059	0.0622	0.1009
<b>5</b>	<b>50</b>	<b>216</b>	<b>11</b>	<b>0.8759</b>	<b>0.0241</b>	<b>0.0535</b>	<b>0.8400</b>	<b>0.0304</b>	<b>0.0704</b>	<b>0.5576</b>	<b>0.0677</b>	<b>0.2359</b>
6	51	205	2	0.8672	0.0250	0.0100	0.8291	0.0315	0.0131	0.5336	0.0679	0.0439
7	60	203	9	0.8250	0.0286	0.0499	0.7764	0.0354	0.0656	0.4283	0.0654	0.2200
8	66	194	3	0.8096	0.0297	0.0188	0.7575	0.0366	0.0247	0.3943	0.0638	0.0826
9	68	191	8	0.7672	0.0324	0.0538	0.7058	0.0392	0.0708	0.3110	0.0578	0.2372
10	161	174	9	0.7171	0.0353	0.0676	0.6458	0.0418	0.0888	0.2309	0.0501	0.2978
11	253	142	4	0.6944	0.0364	0.0321	0.6191	0.0427	0.0422	0.2005	0.0463	0.1415
12	280	138	11	0.6319	0.0387	0.0943	0.5468	0.0441	0.1241	0.1323	0.0357	0.4158
13	297	127	3	0.6150	0.0393	0.0271	0.5277	0.0444	0.0357	0.1174	0.0331	0.1195
14	624	81	8	0.5409	0.0428	0.1284	0.4457	0.0463	0.1688	0.0667	0.0232	0.5658
15	730	67	4	0.4880	0.0462	0.1029	0.3893	0.0485	0.1353	0.0424	0.0177	0.4533
16	994	40	1	0.4705	0.0485	0.0366	0.3710	0.0503	0.0482	0.0360	0.0164	0.1615
17	1024	39	2	0.4362	0.0520	0.0756	0.3359	0.0526	0.0995	0.0258	0.0136	0.3333
18	1350	24	10	0.1811	0.0433	0.8790	0.1057	0.0332	1.1560	0.0005	0.0006	3.8740
Gruppe 2 = V8 Zustand schlecht												
19	10	114	2	0.9964	0.0027	0.0036	0.9953	0.0035	0.0047	0.9843	0.0116	0.0159
20	25	101	6	0.9820	0.0079	0.0146	0.9763	0.0103	0.0192	0.9229	0.0326	0.0644
21	50	93	5	0.9679	0.0119	0.0145	0.9580	0.0155	0.0190	0.8659	0.0468	0.0637
22	51	88	8	0.9441	0.0178	0.0248	0.9272	0.0230	0.0327	0.7761	0.0645	0.1095
23	54	80	5	0.9284	0.0217	0.0168	0.9069	0.0278	0.0221	0.7206	0.0741	0.0742
24	63	75	10	0.8902	0.0292	0.0420	0.8581	0.0370	0.0553	0.5988	0.0866	0.1852
25	64	65	10	0.8360	0.0378	0.0628	0.7901	0.0470	0.0826	0.4540	0.0905	0.2768
26	65	55	4	0.8093	0.0425	0.0324	0.7571	0.0523	0.0426	0.3936	0.0911	0.1427
27	136	39	7	0.7567	0.0498	0.0672	0.6931	0.0600	0.0884	0.2927	0.0849	0.2961
28	322	32	10	0.6614	0.0599	0.1347	0.5806	0.0692	0.1771	0.1617	0.0645	0.5935
29	836	9	9	0.0000	0.0000	KW	0.0000	0.0000	KW	0.0000	0.0000	KW

\*\*\*\*\* Erläuterung zur obigen Tabelle

**Risikomenge.** Das ist die Zahl der Probanden, die beim Eintritt in das betreffende Zeitintervall dem Risiko ausgesetzt sind zu terminieren (zu sterben).

**"Tote".** Das ist die Zahl der Probanden, die im Verlauf des Intervalls terminiert haben (gestorben sind).

Beispiel: Beim Eintritt in das Zeitintervall 39 ist die Risikomenge=233. Von ihnen sterben 3 Probanden bis zum Ende des Intervalls, also bis zum Zeitpunkt 46.

**Die Basis-Hazardfunktion**

Die Basis-Hazardfunktion  $H_t$  ist die Hazardfunktion des „durchschnittlichen Probanden“. Sie ist gleich der Wahrscheinlichkeit im Zeitintervall t zu terminieren (zu sterben) – wenn keine unabhängigen Variablen sich im Modell befinden. Natürlich ist es der Sinn der Cox-Regression, unabhängige Variable im Modell zu

haben und ihre Wirkung zu untersuchen. Trotzdem wollen wir kurz den Grenzfall der Cox-Regression ohne unabhängige Variable betrachten – um das Konzept der Basis-Hazardfunktion verständlich zu machen.

$$(7) H'_t = q_t = \frac{d_t}{n_t}$$

$H'_t$  = Basis-Hazardfunktion, wenn keine Kovariaten vorhanden

$q_t$  = Wahrscheinlichkeit im Zeitintervall  $t$  zu terminieren (zu sterben)

$d_t$  = Zahl der „Toten“ in Intervall  $t$

$n_t$  = Risikomenge im Intervall  $t$ , d.h. Menge der Probanden, die dem Risiko ausgesetzt sind, im Intervall  $t$  zu terminieren.

Siehe dazu P39.3, Gleichung 2

Wir berechnen die Basis-Hazardfunktion für den Zeitpunkt 29. Die Zahl der Toten in diesem Intervall ist 2. Die Risikomenge 238. Also gilt

$$H_{29} = q_{29} = \frac{2}{238} = 0.0084$$

Gleichung 7 ist der Nelson-Aalen-Schätzer.

Almo verwendet den (weniger einsichtigen) Produkt-Limit-Schätzer

$$(7a) H_t = -\ln(1 - H'_t)$$

der nur einen minimal anderen Wert erbringt.

Befinden sich Kovariate in der Analyse, dann ist die Berechnung der Basis-Hazardfunktion aufwendiger.

Die Hazardfunktion kann kumuliert werden. Wir sprechen dann von der kumulierten Basis-Hazardfunktion  $H^*_t$ . Zwischen dieser und der Basis-Survivalfunktion  $B_t$  besteht folgender Zusammenhang.

$$(8) B_t = e^{-H^*_t}$$

$$(9) H^*_t = -\ln(B_t)$$

$B_t$  = Basis-Survivalfunktion

$H^*_t$  = komulierte Basis-Hardfunktion

Gleichung 8 und 9 gelten für den Fall, daß Kovariate vorhanden sind.

### **Die Hazardfunktion eines Wertemusters**

Sie wird entsprechend definiert als die Wahrscheinlichkeit eines Probanden mit dem betreffenden Wertemuster im Zeitintervall  $t$  zu terminieren.

### **Erläuterung zu Wertemuster**

Wir haben in der Erläuterung zur Ergebnis-Ausgabe von Prog41m2.Msk in Abschnitt P41.2 ausgeführt, daß die Basis-Survivalfunktion und die Basis-Hazardfunktion die Überlebenswahrscheinlichkeit und die Hazardfunktion des „durchschnittlichen Probanden“ sind.

Zum Zeitpunkt 50 ist die Überlebenswahrscheinlichkeit eines „durchschnittlichen Probanden“ aus der Gruppe 1 (guter Allgemeinzustand) 0.8759.

Ein Proband, der mit 48 Jahren geringfügig älter ist und in Hospital 1 transplantiert wurde ist sie mit 0.8400 nur etwas geringer. Der Hazardwert des „durchschnittlichen Probanden“ ist 0.0535. Für das Wertemuster 1 finden wir einen etwas ungünstigeren Hazardwert von 0.0704.

Der mit 58 Jahren ältere Proband, der allerdings im günstigeren Hospital 3 transplantiert wurde, hat wesentlich schlechtere Erfolgsaussichten. Seine Wahrscheinlichkeit ist nur 0.5576. Sein Hazardwert ist 0.2359.

Wir wollen für den Probanden des Wertemusters 1 den Hazardwert gemäß Gleichung 5 berechnen.

$$h_i = H_i * e^{b_1 \times x_1} * e^{b_2 \times x_2} * \dots * e^{b_m \times x_m}$$

Beachte: Die x sind um ihren Mittelwert zentriert. D.h. von jedem x-Wert muß der jeweilige Mittelwert subtrahiert werden.

h <sub>50</sub> =	0.0535	Basis-Hazardrate
	*e <sup>0.0546(1-0.2614)</sup>	Hospital A
	*e <sup>0.1313*0</sup>	Hospital B
	*e <sup>-0.1860*0</sup>	Hospital C
	*e <sup>0.1133(48-46.1960)</sup>	Alter
	*e <sup>1.3091*0</sup>	Gewerbe-Unverträglichkeit
	= 0.07	

Der Proband wurde in Hospital A transplantiert. Der Mittelwert dieser Dummy ist 0.2614, d.h. ein Anteil von 0.2614 der Probanden wurde in Hospital A transplantiert. Der Regressionskoeffizient für diese Dummy ist 0.0546. Der entsprechende Ausdruck in obiger Gleichung lautet deswegen

$$e^{0.0546(1-0.2614)}$$

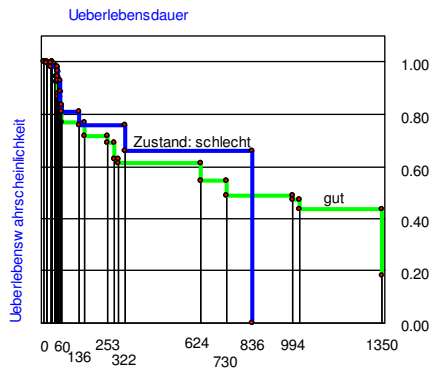
Für die Dummy für Hospital B ist der Mittelwert 0.3407 und der Regressionskoeffizient 0.1313. Da der Proband nicht in Hospital B transplantiert wurde setzt Also den Mittelwert ein.

$$e^{0.1313(0.3407-0.3407)} = e^{0.1313*0} = e^0 = 1$$

Ebenso wird für Hospital C verfahren.

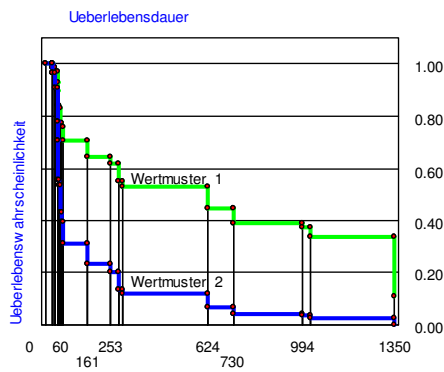
Wenn bei den Grafik-Optionen das Eingebfeld 1 auf =1 gesetzt wurde, dann erzeugt Also ein Liniendiagramm der Basis-Ueberlebenssfunktion für die 2 Gruppen der Gruppierungsvariablen

Basis-Ueberlebensfunktion

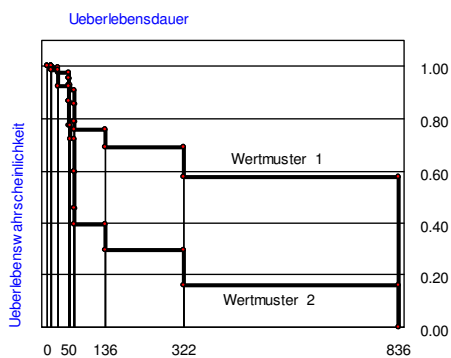


Wenn bei den Grafik-Optionen das Eingefeld 3 auf =3 gesetzt wurde, dann erzeugt Also folgende Liniendiagramme der Survivalfunktion je Wertemuster und je Gruppe.

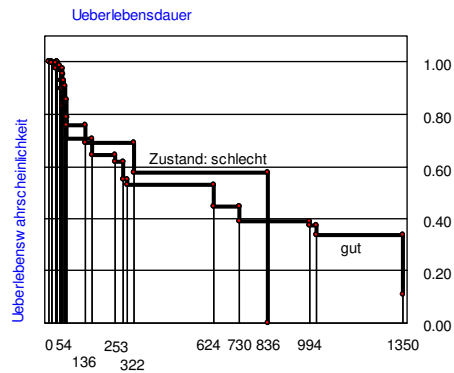
Ueberlebensfunktion fuer Wertemuster fuer 1-te Gruppe



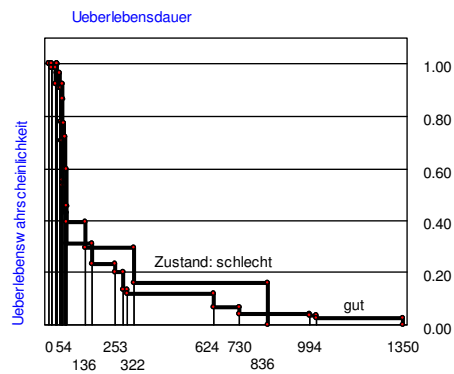
Ueberlebensfunktion fuer Wertemuster fuer 2-te Gruppe



Ueberlebensfunktion  
 fuer Gruppen  
 fuer 1-tes Wertemuster



Ueberlebensfunktion  
 fuer Gruppen  
 fuer 2-tes Wertemuster



Wenn bei den Grafik-Optionen das Eingabefeld 2 auf =1 gesetzt wurde, dann gibt Almo die log-minus-log-Funktion der Survivalfunktion aus und erzeugt ein Liniendiagramm für die 2 Gruppen der Gruppierungsvariablen

Zeit	log-minus-log
29	-4.7749
39	-3.8473
46	-2.8801
47	-2.5381
50	-2.0209
51	-1.9484
60	-1.6481
66	-1.5551
68	-1.3281
161	-1.1010
253	-1.0088
280	-0.7787
297	-0.7213
624	-0.4870
730	-0.3322
994	-0.2824
1024	-0.1868
1350	0.5357

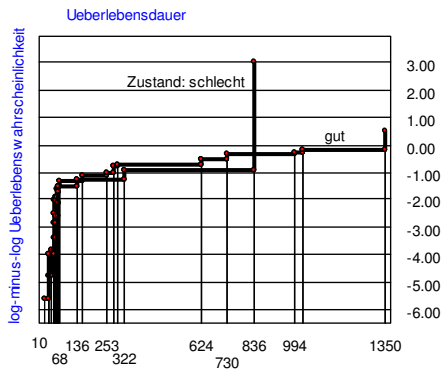
  

Gruppe 1 = V8 Zustand	gut
10	-5.6263
25	-4.0060
50	-3.4214
51	-2.8559
54	-2.5991
63	-2.1511

64	-1.7195
65	-1.5533
136	-1.2775
322	-0.8834
836	2.9998

Für die log-minus-log-Funktion wird dann noch folgendes Liniendiagramm erzeugt:

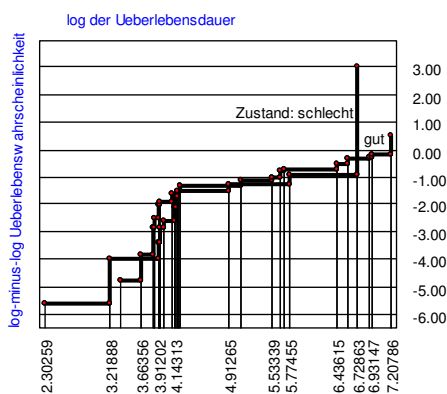
log-minus-log-Diagramm



Der Zweck dieser Grafik ist es, die Annahme der "proportionalen Hazardfunktionen" zu überprüfen. Die beiden Kurven verlaufen weitgehend parallel, sodaß die Annahme als erfüllt gelten darf. Die Abweichungen am rechten Ende sind vernachlässigbar, da sie auf nur wenigen Daten beruhen. Die Variable des Zustands (gut, schlecht) braucht deshalb nicht als Gruppierungsvariable (Schichtungvariable) in die Analyse eingeführt zu werden. Sie kann als normale unabhängige Variable eingesetzt werden.

Wenn bei den Grafik-Optionen das Eingefeld 5 auf =1 gesetzt wurde, dann erzeugt Almo ein Liniendiagramm für den Weibull-Test.

Weibull-Test  
(log-minus-log-Survival  
gegen logarithmierte Zeit)



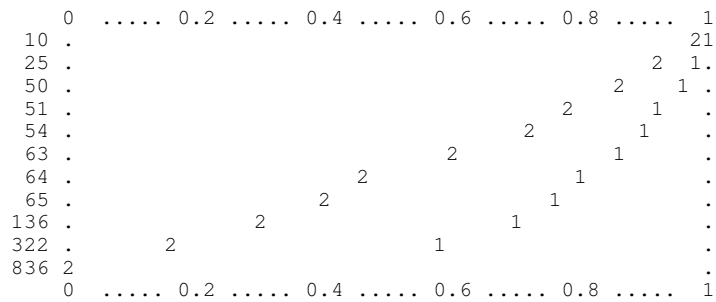
Zweck dieser Darstellung ist die graphisch Überprüfung, ob nicht doch ein parametrisches Weibull-Modell statt dem verteilungsfreien Cox-Modell verwendet werden kann. Wurde keine Verletzung der PH-Eigenschaft und kein abweichender Verlauf der Residuen festgestellt, zeigt diese Graphik den Verlauf des  $\ln(S_0)$ , d.h. den log-minus-log der Basissurvivorfunktion gegen die logarithmierte Zeit aufgetragen. Ergibt sich eine Gerade (im Falle einer Gruppierung: ebensoviele parallele Gerade), ist auf Weibull-verteilte Lebensdauern zu schließen. Die Steigung dieser Geraden entspricht dem Formparameter  $\alpha$ , weswegen bei  $\alpha \cong 1$  eine Expo-

ponentialverteilung anzusetzen wäre. In unserem Fall spricht der Verlauf deutlich dagegen.

Wurde in Box 14 (allgemeine Grafik-Optionen) das 2. Eingabefeld auf 1 gesetzt, dann erzeugt Almo zusätzlich zu allen obigen Grafiken einfache Diagramme mit Textzeichen. Als Beispiel geben wir hier die Überlebenswahrscheinlichkeit für die 2. Gruppe für die 2 Wertemuster aus:

In nachfolgender Grafik bedeuten die Achsen:

waagrecht : Ueberlebenswahrscheinlichkeit fuer 2-te Gruppe  
 fuer 2 Wertemuster  
 senkrecht : Ueberlebensdauer



## P41.7 Zeitabhängige Kovariate

Betrachten wir folgendes (konstruiertes) Beispiel. Ab dem Zeitpunkt der Herztransplantation erhält ein Teil der Patienten täglich ein Medikament x, der Rest der Patienten keines. Die Variable "Medikament x: nein, ja" wird als unabhängige nominale Variable in die Analyse aufgenommen. Wir erhalten folgendes Ergebnis

	Regress Koeff $\beta$	Risiko exp ( $\beta$ )	Signifikanz p (1-p) 100
Medikament nein	0.3	1.35	0.03 97%

Das Medikament hat eine hochsignifikante Wirkung. Bei Nichteinnahme des Medikaments erhöht sich die Wahrscheinlichkeit zu sterben um den Multiplikationsfaktor von 1.35.

Bei genauerer Betrachtung der Daten stellen wir jedoch fest, daß das Medikament in der Anfangszeit nach der Transplantation zwar die Überlebenswahrscheinlichkeit sehr stark erhöht, in der späteren Zeit jedoch gegenteilig wirkt und die Überlebenswahrscheinlichkeit (im Vergleich zur Nichteinnahme) sogar verringert.

Damit ist eine der Grundannahme der Cox-Regression verletzt. Diese Grundannahme können wir in folgender Weise formulieren.

Eine unabhängige Variable darf nicht "zeitabhängig" sein.

Eine Variable ist zeitabhängig, wenn sie im Verlauf der Überlebenszeit ihre Wirkung auf die Überlebenswahrscheinlichkeit ändert.

Das geht auch unmittelbar aus der Grundgleichung der Cox-Regression hervor, wie wir sie in Gleichung 6 in P41.0 formuliert haben:

$$h_t = H_t * e^{b_1 x_1} * e^{b_2 x_2} * \dots * e^{b_m x_m}$$

Die Hazardfunktion  $h_t$  ist (multiplikativ) bestimmt durch die Basis-Hazardfunktion  $H_t$  und die "Risiko-Koeffizienten  $e^{b_i x_i}$ . Nur die Basis-Hazardfunktion  $H_t$  ist zeitabhängig. In den Risiko-Koeffizienten ist die Zeit  $t$  nicht enthalten. Der Regressionskoeffizient  $b_i$  variiert nicht mit der Überlebenszeit.

Nicht gemeint ist mit dem Begriff der Zeitabhängigkeit, daß die Variable selbst sich in ihrem Wert im Verlauf der Zeit ändert, wie dies etwa beim Lebensalter der Fall ist. Diese Art von Variablen könnte man "zeitveränderliche" nennen.

In unserem Beispiel ändert die Variable "Medikament x: nein, ja" ihren Wert im Zeitverlauf nicht. Ein Teil der Patienten erhält täglich das Medikament, der Rest nicht. Und das bis zum Tod bzw. zum Ausscheiden aus der Beobachtung. Die Variable ändert jedoch in der beschriebenen Weise ihre Wirkung auf die Überlebenswahrscheinlichkeit.

Das Lebensalter ist eine "zeitveränderliche" Variable. Die Patienten werden täglich älter. Das bedeutet aber nicht notwendig, daß das Lebensalter "zeitabhängig" ist.

Es wäre zeitabhängig, wenn folgender Fall gegeben wäre:

Das Lebensalter wird zum Zeitpunkt der Transplantation erhoben. Die Überlebenswahrscheinlichkeit ist anfänglich umso besser je jünger die Patienten sind, wohl weil ihr allgemeiner Gesundheitszustand besser ist. Im Verlauf der Zeit kehrt sich dieser Zusammenhang jedoch um: Die Überlebenswahrscheinlichkeit wird umso schlechter je jünger die Patienten sind, wohl weil deren Immunabwehr gegen das Transplantat stärker ist. (Wir wollen nochmals darauf hinweisen, daß unser Beispiel konstruiert ist). Die Variable des Lebensalters ist somit eine "zeitabhängige", da ihre Wirkung auf die Überlebenswahrscheinlichkeit sich im Zeitverlauf ändert.

Der Sachverhalt der "Zeit-Unabhängigkeit" läßt sich formalisiert und strenger ausdrücken: Für 2 oder mehrere beliebige Wertemuster gilt, daß das Verhältnis ihrer Hazardfunktion an jedem Punkt der Zeitachse dasselbe sein muß. Die Cox-Regression wird aus diesem Grund auch "proportionales Hazardmodell" genannt. Wir wollen diesen Begriff der Proportionalität an einem Beispiel erläutern.

Wir rechnen mit Maskenprogramm Prog41m1.Msk eine Analyse, wobei wir das Lebensalter als unabhängige Variable einsetzen und 2 Wertemuster berechnen, eines für 48-jährige und eines für 58-jährige Patienten. Wir erhalten folgendes Ergebnis (stark gekürzt)

Überlebens- zeit	Wertemuster 1	Wertemuster 2	Verhältnis h2/h1
	48 Jahre alt Hazardfunktion h1	58 Jahre alt Hazardfunktion h2	
10	0.0138	0.0374	2.71
25	0.0154	0.0417	2.71
29	0.0163	0.0444	2.72
39	0.0170	0.0462	.
46	0.0173	0.0470	.
47	0.0181	0.0492	.
50	0.0392	0.1065	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
297	0.0399	0.1084	2.72

Das Verhältnis der beiden Hazardfunktionen ist konstant 2.71 bis 2.72.

Nun stellen sich 2 Fragen:

1. Wie kann die Annahme der "Zeit-Unabhängigkeit" bzw. der "Proportionalität der Hazardfunktionen" überprüft werden?
2. Wenn diese Annahme nicht bestätigt werden kann, welche Möglichkeit gibt es dann trotzdem eine Cox-Regression zu rechnen?

Wir wollen diese beiden Fragen zunächst nur kurz beantworten.

Zu 2.: Erweist sich eine Variable als zeitabhängig, d.h. verletzt sie die Annahme der proportionalen Hazardfunktionen, dann kann sie als Gruppierungsvariable verwendet werden.

Zu 1.: Die Kurven der Überlebensfunktion verschiedener Wertemuster oder Gruppen dürfen sich nicht kreuzen.

Oder: Die Kurven der log-minus-log-Funktion der Basis-Survivalfunktion verschiedener Gruppen sollen annähernd parallel verlaufen.

Dies alles sind grafische Verfahren, die der Interpretation durch den Auswerter viel Raum lassen.

Eine eindeutige Lösung erhalten wir, wenn wir eine Variante der Cox-Regression mit zeitabhängigen Variablen rechnen.

Das Modell dieser Variante lautet für unser Beispiel

$$h_t = H_t * e^{b_1 \cdot \text{Alter}} * e^{b_2 \cdot (\text{Alter} \cdot \text{Zeit})}$$

$h_t$  = Hazardfunktion

Siehe dazu Gleichung 6 in P41.0

Die Besonderheit ist, daß eine Art Interaktion von Alter mit der Zeit als zusätzliche Variable eingeführt wird.  $b_2$  ist deren Regressionskoeffizient. Ist  $b_2$  signifikant, dann ist das Alter eine zeitabhängige Variable und darf nicht als unabhängige Variable in die Cox-Regression eingeführt werden. Alter muß dann in 2 oder mehrere Altersgruppen unterteilt werden und als Gruppierungsvariable, neben anderen unabhängigen Variablen, eingeführt werden.

Almo liefert folgendes Ergebnis (gekürzt)

Variable	Beta	Stand. fehler	z	p	Signifik (1-p)100
Alter	0.098153	0.037886	2.5908	0.0096	99.0410
Alter *	0.000034	0.000094	0.3576	0.7207	27.9316

\* =definiert linear zeitabhaengig

Alter \* ist nicht signifikant, d.h. Alter ist nicht zeitabhängig.

### **P41.8 Programm-Maske mit definiert zeitabhängiger Variablen Prog41m3**

Prog41m3 ist identisch mit Prog41m2, das in Abschnitt P41.1 abgebildet ist. Nur die Box „Unabhängige quantitative Variable“ ist anders.

**Box:** Die unabhängigen quantitativen Variablen

die unabhängigen quantitativen Variablen

Alter, GewebeUnvertraeglichkeit

von den oben angegebenen Variablen wird nachfolgende Variable als "zeitabhängig" definiert - nur 1 Variable möglich !!

Alter

0

1

0 = die zeitabhängige Variable wird als lineares Glied in die Gleichung der Cox-Regression eingeführt  
1 = sie wird zusätzlich noch als quadratisches Glied eingeführt

1 = Basis der Zeitabhängigkeit ist die Zeit t  
2 = ist ln(t)

*Eingabefeld 1:* Die Variablen werden angegeben.

*Eingabefeld 2:* Aus den in Eingabefeld 1 angegebenen Variablen wird eine Variable als zeitabhängig definiert. In unserem Beispiel ist dies "Alter".

Es ist nur 1 Variable möglich. Unabhängige **nominale** Variable können nicht als zeitabhängig definiert werden. Sehr wohl ist es aber möglich eine zweiwertige nominale Variable (z.B. Gesundheitszustand: gut, schlecht) als unabhängige **quantitative** Variable anzugeben (das ist bei zweiwertigen Variablen immer zulässig) und dann als zeitabhängig zu definieren.

*Eingabefeld 3*

0 = die zeitabhängige Variable wird als lineares Glied in die Gleichung der Cox-Regression eingeführt  
1 = sie wird zusätzlich noch als quadratisches Glied eingeführt

*Eingabefeld 4*

1 = als Basis der Zeitabhängigkeit wird die Zeit t verwendet  
2 = wird ln (t) verwendet

## P41.10 Ausgabe für Analyse mit definiert zeitabhängiger Variablen

Almo liefert für das Maskenprogramm Prog41m3 folgendes Ergebnis:

Ergebnisse aus Almo: Cox-Regression

-----  
 Fuer Analyse aus Datenvektor ausgewaehlte Variable

Unabh. nominale Variable: V6 Hospital: HospA, HospB, HospC  
 Unabh. quantitat. Variab: V3 Alter  
                                   V5 GewebeUnvertraeglichkeit  
 Zeitvariable:                  V7 Ueberlebensdauer  
 Ereignisvariable:              V2 Ereignis

Beachte: Fuer die unabh. nominalen Variablen  
 wird die 0,1,-1 Dummy-Kodierung verwendet.

Definiert zeitabhaengige Variable

-----  
 Die Variable V3 Alter  
 wurde linear definiert-zeitabhaengig zur Basis t gesetzt.

Zahl der eingelesenen Datensaeetze = 64

\*\*\*\*\* MITTEILUNG  
 von den 64 Datensaeetzen wurden 3 aus der Analyse ausgeschlossen  
 da diese zensiert sind bevor das 1. Ereignis eintritt

Keine Gruppierungsvariable

Probanden	61
Zahl der Todeszeitpunkte	27
Haeufigkeit "Tote"	29
Haeufigkeit Zensierte	32

Mittelwerte der unabhaengigen Variablen

-----  
 Nominale Variable  
 die Mittelwerte der Dummies der nominalen Variable  
 sind gleich den Anteilswerten

Hospital:HospA	0.3443
Hospital:HospB	0.3279
Hospital:HospC	0.3279

Quantitative Variable  
 Alter                  45.8852  
 GewebeUnvertraeg      1.1808

Konvergenz nach 5 Schritten, maximaler Fehler = 0.000309  
 Determinante = -1.514794e+014

log-likelihood(0)	=	-99.0270			
log-likelihood(5)	=	-86.3786			
logratio	=	25.2970	p= 0.0001	(1-p)*100=	99.9876
Wald-Statistik	=	20.7077			
Score-Statistik	=	37.5090			

Variable	Beta	Stand. fehler	z	p	Signifik (1-p)100
Hospital:HospA	0.379615	0.280212	1.3547	0.1755	82.4470
Hospital:HospB	0.095252	0.277064	0.3438	0.7310	26.8989
Hospital:HospC	-0.474867	0.315455	-1.5053	0.1323	86.7731

Alter	0.083057	0.042696	1.9453	0.0518	94.8233
GewebeUnvertraegl	1.128453	0.381993	2.9541	0.0031	99.6857
Alter *	0.000075	0.000093	0.7995	0.4240	57.5984

\* =definiert linear zeitabhaengig

Variable	part. r	"Risiko" exp(Beta)	relatives Risiko in %
Hospital:HospA	0.000000	1.4617	46.17
Hospital:HospB	0.000000	1.0999	9.99
Hospital:HospC	-0.036651	0.6220	-37.80
Alter	0.094914	1.0866	8.66
GewebeUnvertraegl	0.184295	3.0909	209.09
Alter *	0.000000	1.0001	0.01

\* =definiert linear zeitabhaengig

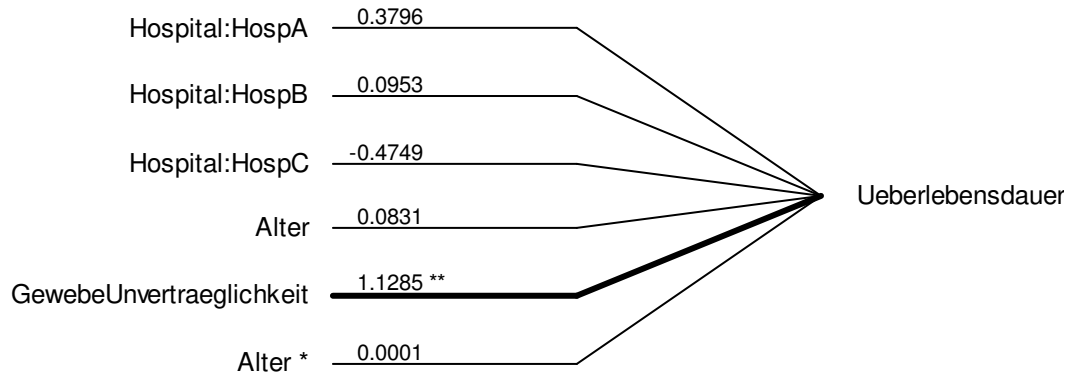
Korrelationen zwischen den Kovariablen  
(in der Hauptdiagonale stehen die Standardabweichungen)

Hospital:HospA	0.280				
Hospital:HospB	-0.359	0.277			
Alter	-0.099	-0.125	0.043		
GewebeUnvertraegl	0.167	-0.096	-0.013	0.382	
Alter *	0.182	0.057	-0.634	0.067	0.000

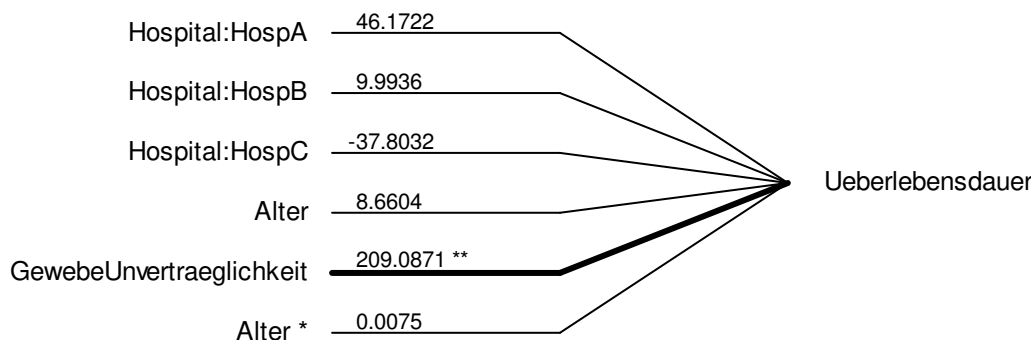
\* =definiert linear zeitabhaengig

Almo liefert folgende Flussdiagramme  
der Regressionskoeffizienten und des relativen Risikos

### Regressionskoeffizienten



### Relatives Risiko (in %)



## **Literatur:**

H.-P. Blossfeld/A. Hamerle/K.u.Mayer: Ereignisanalyse, Campus, Frankfurt 1986

H.-P. Blossfeld/G. Rohwer: Techniques of Event History Modeling, Lawrence Erlbaum,  
Mahwah, New Jersey, 1995

J.D. Kalbfleisch/R.L. Prentice: The statistical analysis of failure time data, Wiley, New York,  
1980

J.P. Klein/M.L. Moeschberger: Survival Analysis, Springer, New York, 1997

# SCHLAGWORTVERZEICHNIS

Basis-Hazardfunktion	51, 75	Nelson-Aalen-Schätzer	76
Basis-Survivalfunktion	51, 66	Partielle Korrelation	64
Basis-Überlebensfunktion	51, 65	Produkt-Limit-Schätzer	76
Beta	61	Programm-Masken	6, 7
Cox-Regression	50	proportionales Hazardmodell	83
Datei	57	Quantile der Ueberlebensdauer	39
Dichtefunktion der Überlebensdauer	14	Regressionskoeffizient	62
Effekt-Kodierung	58	Regressionskoeffizienten	61
Ereignisanalyse	4	relative Risiko	63
Ereignisvariable	5, 27, 57	relatives Risiko	62
Gruppenvergleich	17	Risiko	62
Gruppierungsvariable	69	Risikomenge	13, 75
Gruppierungsvariablen	17	Risikorate	15
Häufigkeitsvariable	59	Standardfehler der Dichtefunktion	15
Hazardfunktion	76	Standardfehler der Hazardrate	15
Hazard-Funktion	51	Standardfehler der	
Hazardrate	15, 62	Regressionskoeffizienten	63
Herztransplantation	4, 50	Standardfehler der Überlebensfunktion	15
Herztransplation	26	Standardfehler des Median	16
Indikator-Kodierung	58	Sterbetafel-Methode	4
Intervalldauer	12	survival analysis	4
Kaplan-Meier Ueberlebensfunktion	42	Survivalfunktion	51
Kaplan-Meier-Überlebensfunktion	33	Survival-Funktion	61
Kaplan-Meier-Verfahren	26	Überlebensdauer	4, 26
Kein-Wert-Angabe	59	Überlebensfunktion	13, 51
Kodierung	58	Überlebenswahrscheinlichkeit	52
kumulative Wahrscheinlichkeit	14	Umkodierungen	59
kumulierte Hazardfunktion	52	Wahrscheinlichkeit zu terminieren	13
kumulierte Wahrscheinlichkeiten	33	Wahrscheinlichkeit zu überleben	13, 35
lifetime analysis	4	Wald-Statistik <i>siehe</i> Weibull-Test	80
log rank-Test	44	Wertemuster	70, 76
log-minus-log-Funktion	79, 84	Wilcoxon (Breslow-) Test	23
logrank-Test	23	Wilcoxon-Test	44
Median der Überlebensdauer	39	Zeitabhängige Kovariate	82
Median der Überlebenszeit	16	Zeitintervall	<i>Siehe</i>
Median der <i>verbleibenden</i> Lebenszeit	16	Zeitvariable	10, 57
Mittelwert der Überlebensdauer	36	zensiert	5
Mittelwerte	60		